

UNIVERSIDAD CARLOS III DE MADRID  
ESCUELA POLITÉCNICA SUPERIOR



**ANÁLISIS DEL COMPORTAMIENTO DINÁMICO DE UN  
VEHÍCULO CON CONTROLADOR PID**

DEPARTAMENTO DE INGENIERÍA MECÁNICA  
PROYECTO FIN DE CARRERA

Autor:

D. Aitor Molina Ortiz

Tutor:

D. Rubén Oliva Domínguez



# Resumen

El presente trabajo es la primera etapa de un Proyecto global más amplio en el que se pretende mejorar la estabilidad de los vehículos con el uso de controladores PID (Proporcional Integral Derivativo).

En este trabajo se analiza el comportamiento de un vehículo, el cual incorpora un controlador PID, ajustado manualmente, introducido dentro del control de estabilidad habitual en los vehículos (ESC). Los ensayos realizados mediante el simulador Carsim consisten en diferentes maniobras y cambios de línea a altas velocidades que representan situaciones reales, obligando al controlador PID a actuar en situaciones críticas.

Dependiendo del tipo de ensayo, el controlador PID actúa sobre la dirección o sobre los frenos y se analiza en diferentes gráficas el desplazamiento lateral, el ángulo de guiñada, el ángulo de deslizamiento, la aceleración lateral y la velocidad longitudinal. Tras analizar los datos obtenidos de Carsim, se observa que el uso de este tipo de controladores puede mejorar ciertos aspectos del comportamiento de los vehículos y evitar accidentes.

La finalidad del trabajo es dar un primer paso en la utilización de estos controladores y analizar su viabilidad en cuanto a los beneficios que se obtienen de su incorporación en vehículos de cualquier tipo.



# **Abstract**

This current Work is the first step of a bigger global project, which pretends to improve the stability of vehicles using PID controllers (Proportional Integral Derivative).

In this work, it is analyzed the performance of a car, which has incorporated a PID controller with manual tuning, replacing the usual electronic stability control in vehicles (ESC). In order to simulate the performance of the car, it is used the Carsim software, which provide tools to represent different maneuvers and double lane changes at high speed, simulating real situations. These tests force PID controller to act in critic situations.

Depending on the type of test, PID controller acts on steering or on brakes. Information from these tests is analyzed in several graphs as lateral offset, yaw rate, slip angle, lateral acceleration and longitudinal speed. After analyzing the data, obtained from Carsim, it is observed that assigning this sort of controllers can improve certain facets of vehicle performance and avoid car accidents.

The purpose of the work is to begin the study of this kind of controllers and analyze the viability about the benefits that could be obtained incorporating them in different vehicles.

# ÍNDICE

<b>Capítulo 1. Introducción</b>	<b>17</b>
1.1. Introducción	18
1.2. Motivación y objetivos	19
1.3. Estructura del Proyecto	19
<b>Capítulo 2. Dinámica de un vehículo</b>	<b>23</b>
2.1. Introducción	24
2.2. Dinámica longitudinal	24
2.2.1. Resistencia aerodinámica	25
2.2.2. Resistencia a la rodadura	28
2.2.3. Esfuerzo longitudinal en los neumáticos	30
2.2.3.1. Coeficiente de fricción en el contacto asfalto-neumático	30
2.2.3.2. Carga normal del neumático	31
2.2.3.3. Ratio de deslizamiento	33
2.3. Dinámica lateral	35
2.4. Dinámica vertical	40
<b>Capítulo 3. Sistemas de seguridad</b>	<b>43</b>
3.1. Introducción	44
3.2. Seguridad pasiva	44
3.3. Seguridad activa	47
<b>Capítulo 4. Controlador PID</b>	<b>51</b>
4.1. Introducción	52
4.2. Tipos de controladores	52
4.3. Controlador PID	54
4.3.1. Estructura del PID	54
4.3.2. Ajuste del controlador PID	57

4.3.2.1. Ajuste manual .....	57
4.3.2.2. Ajuste Ziegler-Nicholes .....	58
4.3.3. Ejemplo de sintonización en Matlab y mejoras del PID .....	60
<b>Capítulo 5. Modelado de un vehículo en Carsim .....</b>	<b>71</b>
5.1. Introducción .....	72
5.2. Modelado del vehículo .....	73
5.3. Modelado de la carretera .....	79
5.3.1. Edición de carreteras .....	82
<b>Capítulo 6. Desarrollo del controlador PID .....</b>	<b>85</b>
6.1. Tipos de ensayo y configuración .....	86
6.2. Configuración del PID .....	87
6.2.1. Configuración del PID actuando sobre los frenos .....	88
6.2.2. Configuración del PID actuando sobre la dirección .....	88
<b>Capítulo 7. Simulación y resultados .....</b>	<b>95</b>
7.1. Introducción .....	96
7.2. Simulación .....	99
7.2.1. Ensayos PID actuando sobre los frenos .....	99
7.2.1.1. Circunferencia de radio 152 metros a 110 km/h .....	99
7.2.1.2. Circunferencia de radio 152 metros a 130 km/h .....	101
7.2.1.3. Curva 90° de 200 metros de radio a 110 km/h .....	103
7.2.1.4. Curva 90° de 200 metros de radio a 130 km/h .....	105
7.2.1.5. Test doble cambio de línea a 50 km/h .....	108
7.2.1.6. Test doble cambio de línea a 80 km/h .....	110
7.2.1.7. Teste doble cambio de línea a 120 km/h .....	112
7.2.1.8. Conclusiones del PID actuando sobre los frenos .....	114
7.2.2. Ensayos PID actuando sobre la dirección .....	115
7.2.2.1. Circunferencia de radio 152 metros a 110 km/h .....	115
7.2.2.2. Circunferencia de radio 152 metros a 130 km/h .....	117

7.2.2.3. Curva 90° de 200 metros de radio a 110 km/h .....	119
7.2.2.4. Curva 90° de 200 metros de radio a 130 km/h .....	122
7.2.2.5. Test doble cambio de línea a 50 km/h .....	124
7.2.2.6. Test doble cambio de línea a 80 km/h .....	126
7.2.2.7. Test doble cambio de línea a 120 km/h .....	128
7.2.2.8. Conclusiones del PID actuando sobre los frenos .....	130
7.3. Análisis del error .....	130
<b>Capítulo 8. Conclusiones y trabajos futuros .....</b>	<b>141</b>
8.1. Conclusiones .....	142
8.2. Trabajos futuros .....	142
<b>Capítulo 9. Bibliografía .....</b>	<b>145</b>
9.1. Referencia de texto .....	146
9.2. Referencia de figuras .....	147



## **ÍNDICE DE FIGURAS**

Figura 2.1. Dinámica longitudinal de un vehículo .....	25
Figura 2.2. Comparación de neumáticos parado y en movimiento .....	29
Figura 2.3. Deformación de un neumático .....	29
Figura 2.4. Cálculo de fuerzas normales en el vehículo .....	31
Figura 2.5. Contacto neumático - calzada .....	33
Figura 2.6. Comparación ratio de deslizamiento – esfuerzo en neumáticos .....	34
Figura 2.7. Modelo dinámica lateral .....	36
Figura 2.8. Comparación ángulo de deslizamiento – fuerza lateral .....	38
Figura 2.9. Ángulo de deslizamiento .....	38
Figura 2.10. Sistema de suspensión .....	40
Figura 2.11. Comparación de desplazamientos – tiempo en función de l .....	42
Figura 4.1. Esquema controlador .....	55
Figura 4.2. Esquema respuesta en escalón .....	58
Figura 4.3. Oscilación del sistema .....	59
Figura 4.4. Esquema del depósito controlador en Simulink .....	60
Figura 4.5. Representación del depósito de agua .....	61
Figura 4.6. Representación en Simulink del depósito .....	61
Figura 4.7. Bloque controlador .....	62
Figura 4.8. Ventana <i>Control and Estimation Tools Manager</i> , paso 1 .....	62
Figura 4.9. Ventana <i>Select Blocks to Tune</i> , paso 2 .....	63
Figura 4.10. Esquema Simulink, paso 3.....	63
Figura 4.11. Ventana <i>Design configuration Wizard</i> , paso 4 .....	64
Figura 4.12. Respuesta del sistema .....	65
Figura 4.13. Sintonizado automático de los valores del PID .....	65

Figura 4.14. Respuesta del sistema tras ajuste .....	66
Figura 4.15. Selección de diagramas de Bode .....	67
Figura 4.16. Diagrama de Bode .....	67
Figura 4.17. Respuesta del sistema corregida .....	68
Figura 4.18. Valores PID .....	69
Figura 4.19. Lectura del nivel del tanque .....	69
Figura 5.1. Ventana principal Carsim. Selección de vehículo .....	73
Figura 5.2. Especificaciones del vehículo en Carsim.....	74
Figura 5.3. Ventana de especificaciones de dimensiones del vehículo.....	75
Figura 5.4. Selección del circuito .....	76
Figura 5.5. Ventana “Prueba PID” .....	76
Figura 5.6. Trazado del vehículo .....	77
Figura 5.7. Parámetros conductor real .....	77
Figura 5.8. Configuración de la duración de la simulación .....	78
Figura 5.9. Selección del tipo de carretera .....	80
Figura 5.10. Selección de la carretera.....	80
Figura 5.11. Características de la carretera .....	81
Figura 5.12. Edición de carretera I.....	82
Figura 5.13. Edición de carretera II .....	83
Figura 5.14. Carretera en Carsim .....	84
Figura 6.1. Controlador ESC en Simulink .....	86
Figura 6.2. Ventana principal del vehículo en Simulink .....	87
Figura 6.3. Sistema de control de frenos en Simulink .....	88
Figura 6.4. Ventana principal en Carsim .....	89
Figura 6.5. Ventana del controlador .....	89
Figura 6.6. Ventana ESC Import .....	90

Figura 6.7. Lista de variables activas a importar .....	90
Figura 6.8. Contenido final de variables a importar .....	91
Figura 6.9. Ventana principal en Simulink del controlador de dirección .....	92
Figura 6.10. Sistema en Simulink del controlador de dirección .....	92
Figura 7.1. Circuito circunferencia 152m de radio .....	96
Figura 7.2. Circuito curva 90º y 200 m de radio .....	97
Figura 7.3. Circuito doble cambio de línea .....	97
Figura 7.4. Circuito doble cambio de línea a alta velocidad .....	98
Figura 7.5. Desplazamiento lateral, P400 I275 D0,05.....	99
Figura 7.6. Ángulo de guiñada, P400 I275 D0,05.....	100
Figura 7.7. Ángulo de deslizamiento, P400 I275 D0,05 .....	100
Figura 7.8. Aceleración lateral, P400 I275 D0,05.....	100
Figura 7.9. Velocidad longitudinal, P400 I275 D0,05 .....	101
Figura 7.10. Desplazamiento lateral, P425 I175 D0,75 .....	101
Figura 7.11. Ángulo de guiñada, P425 I175 D0,75 .....	102
Figura 7.12. Ángulo de deslizamiento, P425 I175 D0,75 .....	102
Figura 7.13. Aceleración lateral, P425 I175 D0,75 .....	102
Figura 7.14. Velocidad longitudinal, P425 I175 D0,75 .....	103
Figura 7.15. Desplazamiento lateral, P700 I900 D0,5 .....	104
Figura 7.16. Ángulo de guiñada, P700 I900 D0,5 .....	104
Figura 7.17. Ángulo de deslizamiento, P700 I900 D0,5 .....	104
Figura 7.18. Aceleración lateral, P700 I900 D0,5 .....	105
Figura 7.19. Velocidad longitudinal, P700 I900 D0,5 .....	105
Figura 7.20. Desplazamiento lateral, P500 I1000 D0,5 .....	106
Figura 7.21. Ángulo de guiñada, P500 I1000 D0,5 .....	106
Figura 7.22. Ángulo de deslizamiento, P500 I1000 D0,5 .....	106

Figura 7.23. Aceleración lateral, P500 I1000 D0,5 .....	107
Figura 7.24. Velocidad longitudinal, P500 I1000 D0,5 .....	107
Figura 7.25. Desplazamiento lateral, P200 I750 D0,1 .....	108
Figura 7.26. Ángulo de guiñada, P200 I750 D0,1 .....	108
Figura 7.27. Ángulo de deslizamiento, P200 I750 D0,1 .....	109
Figura 7.28. Aceleración lateral, P200 I750 D0,1 .....	109
Figura 7.29. Velocidad longitudinal, P200 I750 D0,1 .....	109
Figura 7.30. Desplazamiento lateral, P125 I0 D0,5.....	110
Figura 7.31. Ángulo de guiñada, P125 I0 D0,5 .....	111
Figura 7.32. Ángulo de deslizamiento, P125 I0 D0,5 .....	111
Figura 7.33. Aceleración lateral, P125 I0 D0,5 .....	111
Figura 7.34. Velocidad longitudinal, P125 I0 D0,5 .....	112
Figura 7.35. Desplazamiento lateral, P600 I0 D0 .....	113
Figura 7.36. Ángulo de guiñada, P600 I0 D0 .....	113
Figura 7.37. Ángulo de deslizamiento, P600 I0 D0 .....	113
Figura 7.38. Aceleración lateral, P600 I0 D0 .....	114
Figura 7.39. Velocidad longitudinal, P600 I0 D0 .....	114
Figura 7.40. Desplazamiento lateral, P200 I0 D0 .....	115
Figura 7.41. Ángulo de guiñada, P200 I0 D0 .....	116
Figura 7.42. Ángulo de deslizamiento, P200 I0 D0 .....	116
Figura 7.43. Aceleración lateral, P200 I0 D0 .....	116
Figura 7.44. Velocidad longitudinal, P200 I0 D0 .....	117
Figura 7.45. Desplazamiento lateral, P700 I500 D0 .....	117
Figura 7.46. Ángulo de guiñada, P700 I500 D0 .....	118
Figura 7.47. Ángulo de deslizamiento, P700 I500 D0 .....	118
Figura 7.48. Aceleración lateral, P700 I500 D0 .....	118

Figura 7.49. Velocidad longitudinal, P700 I500 D0 .....	119
Figura 7.50. Desplazamiento lateral, P500 I0 D0 .....	120
Figura 7.51. Ángulo de guiñada, P500 I0 D0 .....	120
Figura 7.52. Ángulo de deslizamiento, P500 I0 D0 .....	120
Figura 7.53. Aceleración lateral, P500 I0 D0 .....	121
Figura 7.54. Velocidad longitudinal, P500 I0 D0 .....	121
Figura 7.55. Desplazamiento lateral, P800 I0 D0 .....	122
Figura 7.56. Ángulo de guiñada, P800 I0 D0 .....	122
Figura 7.57. Ángulo de deslizamiento, P800 I0 D0 .....	123
Figura 7.58. Aceleración lateral, P800 I0 D0 .....	123
Figura 7.59. Velocidad longitudinal, P800 I0 D0 .....	123
Figura 7.60. Desplazamiento lateral, P55 I0 D0 .....	124
Figura 7.61. Ángulo de guiñada, P55 I0 D0 .....	124
Figura 7.62. Ángulo de deslizamiento, P55 I0 D0 .....	125
Figura 7.63. Aceleración lateral, P55 I0 D0 .....	125
Figura 7.64. Velocidad longitudinal, P55 I0 D0 .....	125
Figura 7.65. Desplazamiento lateral, P20 I175 D0 .....	126
Figura 7.66. Ángulo de guiñada, P20 I175 D0 .....	127
Figura 7.67. Ángulo de deslizamiento, P20 I175 D0 .....	127
Figura 7.68. Aceleración lateral, P20 I175 D0 .....	127
Figura 7.69. Velocidad longitudinal, P20 I175 D0 .....	128
Figura 7.70. Desplazamiento lateral, P25 I100 D0 .....	128
Figura 7.71. Ángulo de guiñada, P25 I100 D0 .....	129
Figura 7.72. Ángulo de deslizamiento, P25 I100 D0 .....	129
Figura 7.73. Aceleración lateral, P25 I100 D0 .....	129
Figura 7.74. Velocidad longitudinal, P25 I100 D0 .....	130

Figura 7.75. Error en Simulink.....	131
Figura 7.76. Comparación de error en circunferencia a 110 km/h (frenos).....	131
Figura 7.77. Comparación de error en circunferencia a 130 km/h (frenos).....	132
Figura 7.78. Comparación de error en curva a 90º a 110 km/h (frenos) .....	132
Figura 7.79. Comparación de error en curva a 90º a 130 km/h (frenos) .....	132
Figura 7.80. Comp. de error en doble cambio de línea a 50 km/h (frenos) .....	133
Figura 7.81. Comp. de error en doble cambio de línea a 80 km/h (frenos) .....	133
Figura 7.82. Comp. de error en doble cambio de línea a 120 km/h (frenos) .....	133
Figura 7.83. Comparación de error en circunferencia a 110 km/h (dirección) .....	134
Figura 7.84. Comparación de error en circunferencia a 130 km/h (dirección) .....	134
Figura 7.85. Comparación de error en curva a 90º a 110 km/h (dirección) .....	134
Figura 7.86. Comparación de error en curva a 90º a 130 km/h (dirección) .....	135
Figura 7.87. Comp. de error en doble cambio de línea a 50 km/h (dirección).....	135
Figura 7.88. Comp. de error en doble cambio de línea a 80 km/h (dirección).....	135
Figura 7.89. Comp. de error en doble cambio de línea a 120 km/h (dirección).....	136

## **ÍNDICE DE TABLAS**

Tabla 2.1. Coeficiente de rozamiento de los neumáticos con el asfalto.....	31
Tabla 4.1. Constantes en el método de respuesta en escalón.....	59
Tabla 4.2. Constantes en el método de respuesta en frecuencia .....	60
Tabla 7.1. Errores controlador Carsim .....	138
Tabla 7.2. Errores controlador PID actuando sobre los frenos .....	139
Tabla 7.3. Errores controlador PID actuando sobre la dirección .....	139





# Capítulo 1. Introducción

El primer capítulo ofrece una visión general del proyecto, informando sobre los datos que motivan la ejecución del presente Trabajo y mostrando la estructura que sigue el mismo.

### 1.1. Introducción

Con motivo de mejorar la seguridad de los conductores, pasajeros y peatones, las empresas llevan décadas invirtiendo importantes sumas de dinero y tiempo en investigar nuevos y cada vez más complejos sistemas de seguridad. En función de cuando actúan estos sistemas, estos elementos de seguridad pueden ser activos (actúan para evitar los accidentes) o pasivos (minimizan el daño ocasionado al producirse el accidente).

Pese a las mejoras introducidas en los vehículos, solamente en España, en el año 2013, fallecieron 1.128 personas en las carreteras [1]. En estos accidentes, el factor humano se encuentra presente en el 70-90% de ellos [2], dejando un bajo porcentaje relacionado con fallos en los vehículos.

Un porcentaje aproximado de entre 25-30% de los accidentes de vehículos, tanto en ciudad como en carretera, se producen por la pérdida del control del vehículo, ya sea por elevadas velocidades, distracciones o condiciones de la calzada. Para minimizar esta pérdida de control se diseñó el control de estabilidad, ESP. La incorporación de este tipo de controladores disminuyó el porcentaje de accidentes graves relacionados con la pérdida de control del vehículo [3].

Con la intención de continuar la investigación de este tipo de controladores, el presente trabajo compara el controlador ESP con un controlador ESP que introduce un PID en vehículos sometidos a situaciones de pérdida de estabilidad, analizando los resultados para futuros Proyectos.

### 1.2. Motivación y objetivos

En las últimas décadas, el desarrollo de los vehículos se centra en la seguridad y en la potencia de los mismos. La preocupación de la sociedad en seguridad vial ha ido aumentando paulatinamente, buscando nuevos dispositivos que reduzcan los accidentes o su gravedad en el caso de producirse. Campañas publicitarias en diferentes medios de comunicación intentan sensibilizar a la población sobre la necesidad de realizar una conducción segura respetando las leyes viales, puesto que, analizando los datos de los accidentes, un alto porcentaje de ellos es fácilmente relacionable con factores humanos. De estos accidentes, un 25-30% son debidos a la pérdida del control del vehículo. Con motivo de mejorar la seguridad vial, más concretamente la mejora de la estabilidad del vehículo, se realiza el estudio de los controladores de estabilidad.

El principal objetivo de este trabajo es el análisis de la viabilidad de los controladores PID mediante la simulación de diferentes ensayos en el programa Carsim. Comprobando la efectividad de estos controladores frente a los controladores de estabilidad convencionales incorporados en los vehículos, este Proyecto pretende ser un punto de partida para posteriores investigaciones y mejoras en el uso de controladores PID.

Permitiendo al controlador PID actuar sobre los frenos o la dirección, se pretende obtener los suficientes resultados como para demostrar si este tipo de controladores puede actuar de forma eficaz en el futuro.

### 1.3. Estructura del Proyecto

El proyecto consta de ocho capítulos, siendo el primero la presente introducción. A continuación se describen el resto de los capítulos de los que consta el Proyecto Fin de Carrera:

*Capítulo 2. Dinámica del vehículo.*

El segundo capítulo del Trabajo realiza un análisis de la dinámica longitudinal, lateral y vertical de los vehículos, con una breve explicación de los factores con intervienen en cada tipo de dinámica y cómo afectan al conjunto del vehículo.

*Capítulo 3. Sistemas de seguridad.*

Este tercer capítulo se centra en la descripción de los diferentes sistemas de seguridad más utilizados en vehículos, divididos en dos grupos, sistemas pasivos y sistemas activos.

*Capítulo 4. Controlador PID.*

En este capítulo se presentan diferentes tipos de controladores y sus características. Además, se define detalladamente las especificaciones del controlador PID así como sus diferentes modos de ajuste. Para finalizar el capítulo, se expone un ejemplo de sintonización del controlador PID mediante el software Matlab.

*Capítulo 5. Modelado de un vehículo en Carsim.*

El quinto capítulo analiza las diferentes opciones que ofrece el programa Carsim para la creación de los vehículos o circuitos necesarios para los ensayos. Se realiza un recorrido por las diferentes ventanas y menús explicando cada uno de ellos.

*Capítulo 6. Desarrollo del controlador PID.*

En el sexto capítulo se recogen, de forma detallada, todos los ajustes realizados tanto en Simulink como en Carsim previos a las simulaciones. Estas modificaciones son las que permiten al controlador PID actuar sobre la dirección o sobre los frenos.

*Capítulo 7. Simulación y resultados.*

El séptimo capítulo es el que contiene todas las gráficas y datos que arrojan las simulaciones realizadas. Estas simulaciones consisten en comparar tres vehículos y diferentes maniobras a diferentes velocidades. El primero de los vehículos incorpora un controlador PID, el segundo un controlador de estabilidad ESC y el tercero no incorpora ningún tipo de controlador. Se analiza la efectividad del PID con los resultados obtenidos y se busca algún tipo de patrón en los valores que optimizan el funcionamiento del controlador PID.

*Capítulo 8. Conclusiones y trabajos futuros.*

El último capítulo analiza el conjunto global de resultados del capítulo anterior y los evalúa. Además, se abren nuevas vías de investigación que continúen el trabajo realizado en el presente proyecto con la finalidad de mejorar el rendimiento de este tipo de controladores.



## Capítulo 2. Dinámica de un vehículo

El estudio de la dinámica vehicular se realiza en este segundo capítulo. Se analizan los factores que intervienen en los diferentes tipos de dinámica y cómo éstos afectan al vehículo.

### 2.1. Introducción

La dinámica vehicular estudia, como su propio nombre indica, la dinámica de los vehículos, es decir, la evolución en el tiempo del sistema que conforma el vehículo relacionando las causas que provocan cambios en dicho sistema. La finalidad de la dinámica vehicular es la descripción de los distintos factores que provocan alteraciones en el sistema. En función del eje sobre el que se realiza el estudio se puede dividir en tres partes la dinámica vehicular: dinámica longitudinal, lateral y vertical. A continuación se exponen los tres tipos [4] [5].

### 2.2. Dinámica longitudinal

La dinámica longitudinal de un vehículo analiza el comportamiento del mismo cuando es sometido a fluctuaciones de la velocidad en el plano longitudinal, es decir, el valor de la aceleración lateral puede considerarse como despreciable. Esta situación es observable cuando el vehículo se desplaza en línea recta y realiza aceleraciones, frenadas o cambios en la pendiente.

La dinámica longitudinal del vehículo se ve influenciada por la resistencia a la rodadura de los neumáticos, la resistencia aerodinámica, el esfuerzo longitudinal en los neumáticos y la resistencia gravitatoria.

Para analizar los diferentes factores que engloban la dinámica longitudinal se considera un vehículo circulando por una carretera inclinada y en línea recta (figura 2.1.).



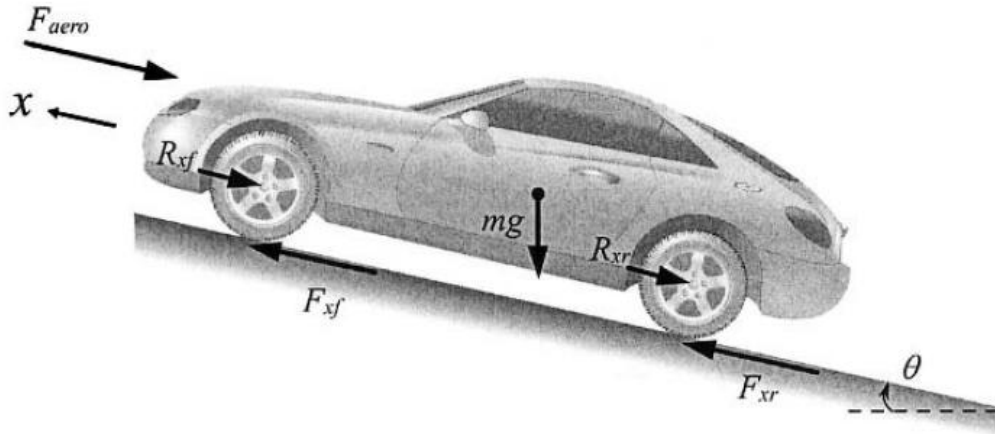


Figura 2.1. Dinámica longitudinal de un vehículo

Aplicando un balance de fuerzas a lo largo del eje longitudinal del vehículo se obtiene:

$$m\ddot{x} = F_{xf} + F_{xr} - F_{aero} - R_{xf} - R_{xr} - mg \cdot \sin(\theta) \quad (\text{Ec. 2.1})$$

donde:

- $F_{xf}$ : fuerza longitudinal en los neumáticos delanteros (N).
- $F_{xr}$ : fuerza longitudinal en los neumáticos traseros (N).
- $F_{aero}$ : equivalente a la resistencia aerodinámica (N).
- $R_{xf}$ : resistencia a la rodadura de los neumáticos delanteros (N).
- $R_{xr}$ : resistencia a la rodadura de los neumáticos traseros (N).
- $m$ : masa del vehículo (kg).
- $g$ : aceleración de la gravedad ( $m/s^2$ ).
- $\theta$ : ángulo de inclinación de la carretera con respecto a la horizontal ( $^\circ$ ).
- $x$ : dirección longitudinal del movimiento.

A continuación, se explican las fuerzas expresadas en esta ecuación.

### 2.2.1. Resistencia aerodinámica

Se conoce como resistencia aerodinámica a la resistencia que ejerce el aire sobre el vehículo cuando éste se mueve a través de él. Esta resistencia siempre es de sentido opuesto al del movimiento del vehículo.

El equivalente de la resistencia aerodinámica se puede representar como:

$$F_{aero} = \frac{1}{2} \rho \cdot C_d \cdot A_F \cdot (V_x + V_{wind})^2 \quad (\text{Ec. 2.2})$$

donde:

- $\rho$ : densidad del aire ( $kg/m^3$ ).
- $C_d$ : coeficiente aerodinámico del vehículo.
- $A_F$ : área frontal del vehículo ( $m^2$ ).
- $V_x$ : velocidad longitudinal del vehículo ( $m/s$ ).
- $V_{wind}$ : velocidad del viento ( $m/s$ ).

Las condiciones atmosféricas afectan a la densidad del aire  $\rho$  y, como consecuencia, afectan significativamente a la aerodinámica. Los valores más comunes usados en test aerodinámicos son 15 °C en temperatura y 101325 Pa en presión barométrica. La correspondiente densidad del aire para esta presión y temperatura es  $\rho = 1,225 \text{ kg/m}^3$ .

El área frontal  $A_F$  se encuentra en el rango del 79-84% del área de un turismo. Este área se calcula usando la altura y anchura del vehículo. Para obtener el valor de  $A_F$ , se aplica una ecuación que relaciona el área frontal con la masa, siempre que la masa del vehículo se encuentre entre 800 y 2000 kg. La relación es la siguiente:

$$A_F = 1,6 + 0,00056 \cdot (m - 765) \quad (\text{Ec. 2.3})$$

El coeficiente aerodinámico  $C_d$  puede ser, aproximadamente, determinado mediante el test del motor en punto muerto. En este test, se acelera al vehículo hasta una velocidad determinada y posteriormente se deja al vehículo detenerse gracias al efecto aerodinámico y a la resistencia de rodadura. Bajo estas condiciones, sin frenadas ni aceleraciones, puede asumirse que el esfuerzo longitudinal en los neumáticos es cero. Se considera que el ángulo de la carretera respecto a la horizontal es  $\theta = 0^\circ$  y la velocidad del viento  $V_{wind} = 0 \text{ m/s}$ .

Asumiendo las condiciones anteriores, la ecuación de dinámica longitudinal puede reescribirse como:

$$-m \frac{dV_x}{dt} = \frac{1}{2} \rho \cdot V_x^2 \cdot A_F \cdot C_d + R_x \quad \text{ó} \quad -\frac{dV_x}{\frac{\rho \cdot V_x^2 \cdot A_F \cdot C_d}{2m} + \frac{R_x}{m}} = dt \quad (\text{Ec. 2.4})$$

siendo:

- $R_x$ : La resistencia total de los neumáticos en el eje X (N).

Integrando la ecuación 2.4, asumiendo una velocidad longitudinal  $V_0$ , se obtiene el tiempo que tarda el vehículo en detenerse:

$$t = \left[ \frac{2m^2}{\rho A_F C_d R_x} \right]^{1/2} \left\{ \tan^{-1} \left[ V_0 \left( \frac{\rho A_F C_d}{2R_x} \right)^{1/2} \right] - \tan^{-1} \left[ V_x \left( \frac{\rho A_F C_d}{2R_x} \right)^{1/2} \right] \right\} \quad (\text{Ec. 2.5})$$

Tomando el tiempo que tarda el vehículo en detenerse como  $t = T$  y adimensionando la ecuación 2.5 usando el siguiente parámetro:

$$\beta = V_0 \left( \frac{\rho A_F C_d}{2R_x} \right)^{1/2} \quad (\text{Ec. 2.6})$$

Se obtiene:

$$\frac{V_x}{V_0} = \frac{1}{\beta} \tan \left[ \left( 1 - \frac{t}{T} \right) \tan^{-1}(\beta) \right] \quad (\text{Ec. 2.7})$$

A partir de la ecuación 2.7,  $V_x$  y  $t$  pueden ser medidas, siendo el valor de la velocidad inicial  $V_0$  conocido. La ecuación 2.7 representa un grupo de curvas en las cuales el parámetro adimensional  $V_x/V_0$  se puede representar frente al parámetro adimensional  $t/T$ . De esta gráfica, el valor de  $\beta$  se obtiene para un determinado vehículo.

Una vez hallado el valor  $\beta$ , pueden usarse las siguientes expresiones algebraicas para calcular la resistencia de rodadura y el coeficiente aerodinámico del vehículo:

$$C_d = \frac{2m\beta \tan^{-1}(\beta)}{V_0 T \rho A_F} \quad (\text{Ec. 2.8})$$

$$R_x = \frac{V_0 m \tan^{-1}(\beta)}{\beta T} \quad (\text{Ec. 2.9})$$

Estas expresiones se han obtenido por sustitución de los valores iniciales y finales del tiempo y velocidad en la ecuación 2.5.

### 2.2.2. Resistencia a la rodadura

Con la rotación de los neumáticos, tanto la carretera como el neumático sufren cierta deformación al entrar en contacto. La deformación de la carretera puede considerarse despreciable al ser mucho más rígida que la rueda, pero no sucede lo mismo con el neumático, que es elástico y de manera continua entra en contacto con el asfalto como consecuencia de la rotación del mismo. Debido a la carga que reciben, el material del neumático es deformado verticalmente a medida que entra en contacto con la carretera y vuelve a su forma original una vez abandona el contacto. La energía empleada en deformar el neumático no es completamente recuperada cuando el material vuelve a su estado original. Esta pérdida de energía puede ser representada por una fuerza en los neumáticos que recibe el nombre de resistencia a la rodadura y que se opone al movimiento del vehículo.

La pérdida de energía en la deformación del neumático también supone una distribución asimétrica del esfuerzo normal. Cuando los neumáticos se encuentran en reposo (sin rotación), la distribución del esfuerzo normal  $F_z$ , resultado del contacto entre neumático y asfalto, es simétrico respecto al centro del contacto entre ambas superficies. Sin embargo, cuando los neumáticos se encuentran girando, la distribución del esfuerzo normal no es simétrica. Este fenómeno se aprecia en la figura 2.2.

Para facilitar la comprensión de lo expuesto anteriormente se puede representar el neumático como una serie de muelles independientes que resisten la deformación vertical. Cada muelle es deformado cuando entra en contacto con el asfalto. Esta deformación alcanza su valor máximo en el centro del contacto entre ambas superficies y toma un valor de cero cuando acaba el contacto. Si estos muelles fueran completamente elásticos y no tuvieran disipación viscosa, el esfuerzo normal debido al contacto sería simétrico. Debido a esta disipación viscosa, la fuerza empleada en

deformar los muelles en la primera parte del contacto no es totalmente recuperada en la segunda parte.

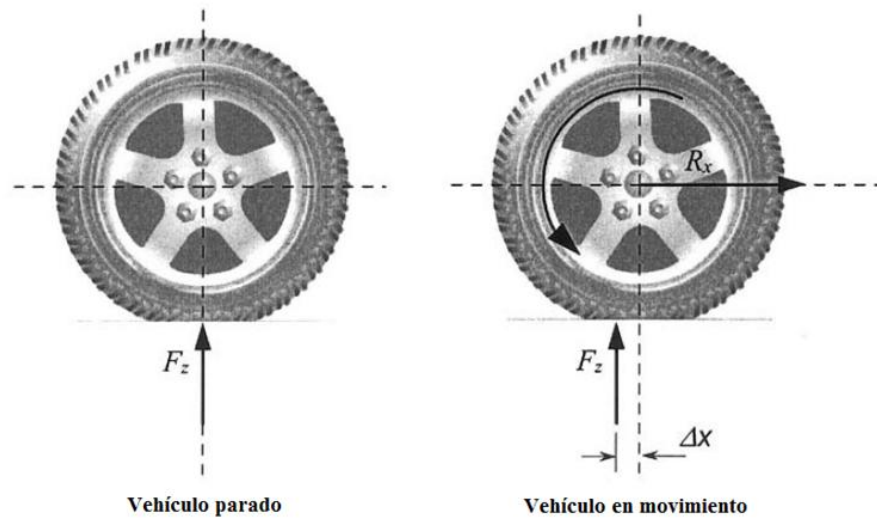


Figura 2.2. Comparación de neumáticos parado y en movimiento

Por tanto, el esfuerzo normal es mayor en la primera parte del contacto y, por ello, es asimétrico (figura 2.3).

Esta disipación viscosa, causante de la asimetría del esfuerzo normal (figura 2.2), provoca el desplazamiento del esfuerzo normal hacia delante una distancia  $\Delta x$  cuando el vehículo se encuentra en movimiento.

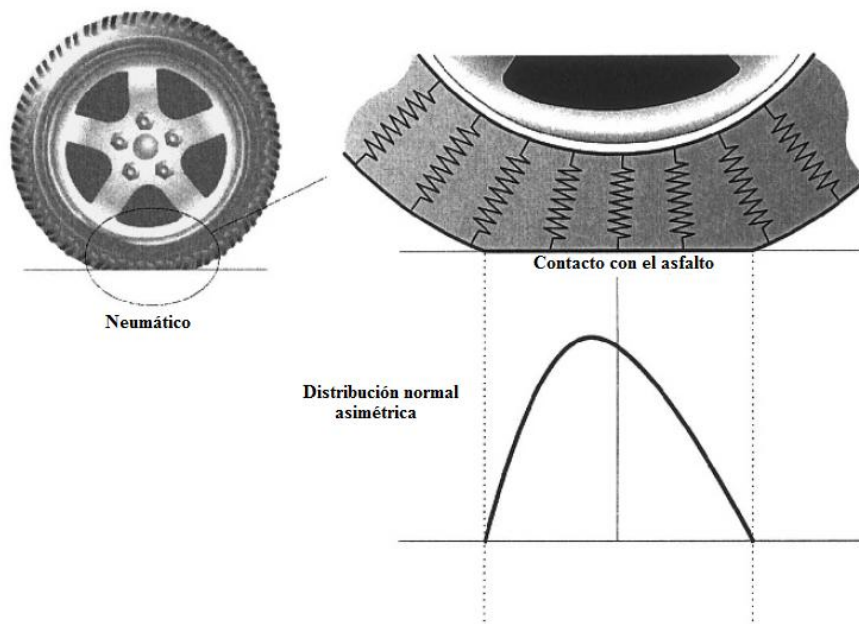


Figura 2.3. Deformación de un neumático

La resistencia a la rodadura que aparece en los neumáticos se modela como un valor proporcional al esfuerzo normal en cada uno de los pares de ruedas:

$$R_{xf} + R_{xr} = f(F_{zf} + F_{zr}) \quad (\text{Ec. 2.10})$$

donde:

- $R_{xf} + R_{xr}$ : Resistencia a la rodadura (N).
- $F_{zf} + F_{zr}$ : Esfuerzo normal (N).
- $f$ : Coeficiente de resistencia a la rodadura.

El valor del coeficiente de resistencia a la rodadura  $f$  puede variar dentro del rango comprendido entre 0,01 y 0,04, siendo el valor típico para turismos con neumáticos radiales de  $f = 0,015$ .

### 2.2.3. Esfuerzo longitudinal en los neumáticos

Los esfuerzos longitudinales en los neumáticos  $F_{xf}$  y  $F_{xr}$  son fuerzas de fricción que provienen del asfalto en contacto con los neumáticos. Resultados experimentales han establecido que estos esfuerzos longitudinales generados en cada neumático dependen de:

- Coeficiente de fricción en el contacto asfalto-neumático.
- Carga normal en el neumático.
- Ratio de deslizamiento del neumático.

#### 2.2.3.1. Coeficiente de fricción en el contacto asfalto-neumáticos

El coeficiente de fricción tiene influencia en la resistencia a la rodadura, ya explicada en secciones anteriores. Este valor depende del estado de los neumáticos, así como de las condiciones de la carretera. La tabla 2.1 arroja valores sobre los que dicho coeficiente puede oscilar [6].

Tabla 2.1. Coeficiente de rozamiento de los neumáticos con el asfalto

Coeficiente de rozamiento de los neumáticos			
Terreno	Estado del terreno	Neumáticos	
		Nuevos	Viejos
Hormigón	Seco	0,9 - 0,7	0,6 - 0,4
	Mojado	0,6 - 0,4	0,4 - 0,3
Asfalto grueso	Seco	0,9 - 0,7	0,6 - 0,4
	Mojado	0,6 - 0,4	0,4 - 0,3
Asfalto normal	Seco	0,9 - 0,7	0,6 - 0,4
	Mojado	0,6 - 0,4	0,4 - 0,3
Barro		0,2	0,1
Hielo		0,1	0,1

### 2.2.3.2. Carga normal del neumático

La carga normal del neumático depende de los siguientes factores (figura 2.4):

- Localización del centro de gravedad.
- Aceleración longitudinal del vehículo.
- Resistencia aerodinámica del vehículo.
- Grado de inclinación de la calzada.

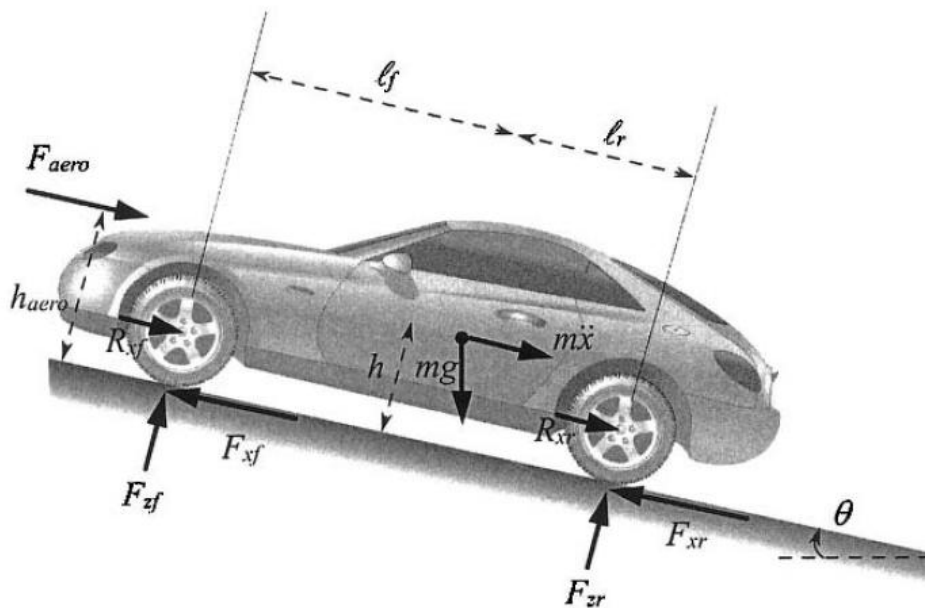


Figura 2.4. Cálculo de fuerzas normales en el vehículo

donde las nuevas variables son:

- $h$ : altura al centro de gravedad del vehículo ( $m$ ).
- $h_{aero}$ : altura del punto donde se aplica la resistencia aerodinámica ( $m$ ).
- $l_f$ : distancia longitudinal del eje de las ruedas delanteras al centro de gravedad ( $m$ ).
- $l_r$ : distancia longitudinal del eje de las ruedas traseras al centro de gravedad ( $m$ ).

Para calcular la carga normal se asume que el par de balanceo es cero, es decir, el ángulo de balanceo del vehículo se mantiene constante.

Haciendo un equilibrio de momentos en el punto de contacto del neumático trasero con la carretera se obtiene:

$$F_{zf}(l_f + l_r) + F_{aero} h_{aero} + m\ddot{x}h + mgh \cdot \sin(\theta) - mgl_r \cdot \cos(\theta) = 0 \quad (\text{Ec. 2.11})$$

Despejando  $F_{zf}$ , la fuerza normal en el neumático delantero queda de la siguiente forma:

$$F_{zf} = \frac{-F_{aero} h_{aero} - m\ddot{x}h + mgh \cdot \sin(\theta) + mgl_r \cdot \cos(\theta)}{l_f + l_r} \quad (\text{Ec. 2.12})$$

De forma análoga se obtiene  $F_{zr}$ :

$$F_{zr}(l_f + l_r) - F_{aero} h_{aero} - m\ddot{x}h - mgh \cdot \sin(\theta) - mgl_f \cdot \cos(\theta) = 0 \quad (\text{Ec. 2.13})$$

Despejando  $F_{zr}$ , la fuerza normal en el neumático trasero queda de la siguiente forma:

$$F_{zr} = \frac{F_{aero} h_{aero} + m\ddot{x}h + mgh \cdot \sin(\theta) + mgl_f \cdot \cos(\theta)}{l_f + l_r} \quad (\text{Ec. 2.14})$$

Analizando los esfuerzos en ambas ruedas se observa que, cuando el vehículo acelera, las ruedas delanteras disminuyen su carga normal mientras que en las traseras el efecto es el contrario.



### 2.2.3.3. Ratio del deslizamiento

La diferencia entre la velocidad longitudinal en el eje de la rueda  $V_x$  y la velocidad de rotación equivalente  $r_{eff} \cdot \omega_w$  del neumático es lo que se denomina deslizamiento longitudinal, es decir, este deslizamiento es equivalente a  $r_{eff} \cdot \omega_w - V_x$ . Siendo  $r_{eff}$  el radio efectivo de rotación del neumático.

Cuando se aplica carga a un neumático, éste se deforma ligeramente y no es posible utilizar el radio nominal del neumático para el cálculo de tracción sobre el suelo. En su lugar, se utiliza el radio deformado. Por otro lado, para relacionar la velocidad de movimiento del vehículo con la de giro de la rueda tampoco es válido utilizar el radio bajo carga, ya que se producen microdeslizamientos en la huella del neumático que impiden una rodadura perfecta. Para tener en cuenta estos efectos, se utiliza el radio efectivo del neumático  $r_{eff}$ .

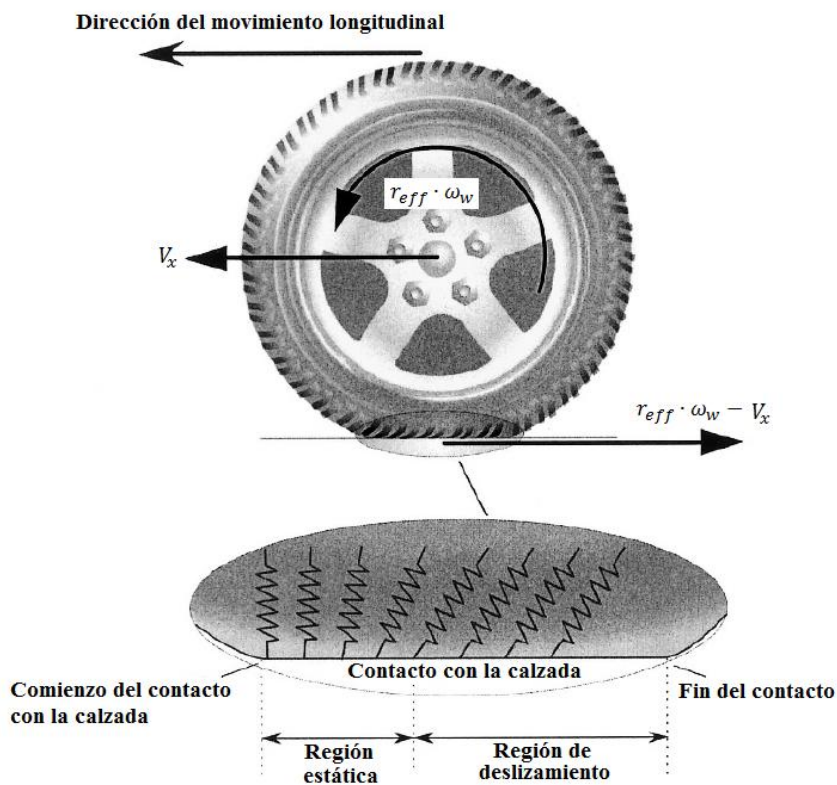


Figura 2.5. Contacto neumático-calzada

El ratio de deslizamiento longitudinal se define como:

$$\sigma_x = \frac{r_{eff} \cdot \omega_w - V_x}{V_x} \quad \text{Durante la frenada.} \quad (\text{Ec. 2.15})$$

$$\sigma_x = \frac{r_{eff} \cdot \omega_w - V_x}{r_{eff} \cdot \omega_w} \quad \text{Durante la aceleración.} \quad (\text{Ec. 2.16})$$

donde:

- $r_{eff} \cdot \omega_w$ : velocidad de rotación equivalente (m/s).
- $V_x$ : velocidad longitudinal (m/s).

Considerando un buen cuidado de los neumáticos y asfalto seco en buen estado, el coeficiente de contacto se encuentra alrededor de 0,9. Si además, se considera que la carga normal se mantiene constante, la variación del esfuerzo longitudinal en los neumáticos depende únicamente del ratio de deslizamiento como se muestra en la figura 2.6.

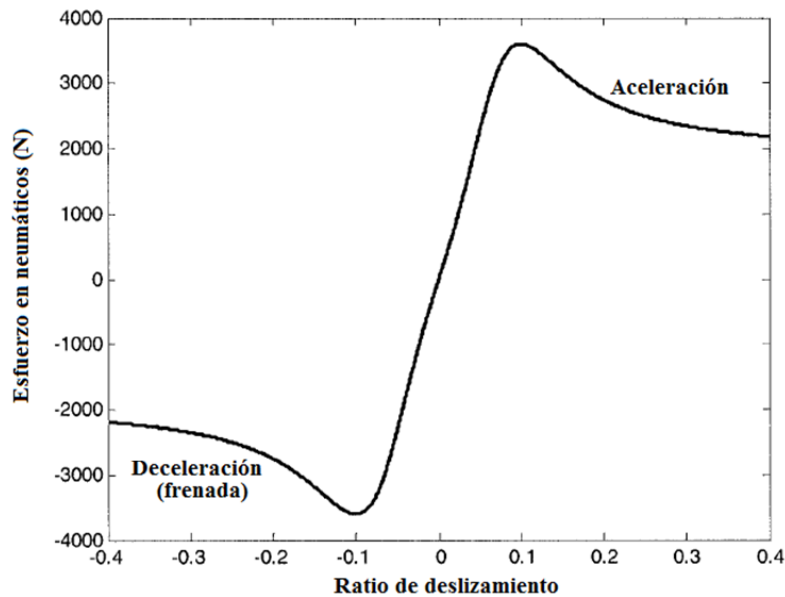


Figura 2.6. Comparación ratio de deslizamiento – esfuerzo en neumáticos

Como se aprecia en la figura 2.1, en los casos donde el ratio de deslizamiento es pequeño (menor que 0,1 en superficies secas), habitual en condiciones normales de circulación, el esfuerzo longitudinal en los neumáticos es proporcional al ratio de deslizamiento. El esfuerzo en esta pequeña región de deslizamiento puede modelarse como:

$$F_{xr} = C_{or} \cdot \sigma_{xr} \quad (\text{Ec. 2.17})$$

$$F_{xf} = C_{of} \cdot \sigma_{xf} \quad (\text{Ec. 2.18})$$

donde:

- $C_{\sigma f}$  y  $C_{\sigma r}$  son los parámetros de rigidez longitudinal de los neumáticos delanteros y traseros, respectivamente (N).

Si el ratio longitudinal de deslizamiento no es pequeño o la carretera tiene un bajo coeficiente de fricción, entonces es necesario un modelo no lineal para calcular los esfuerzos longitudinales en los neumáticos.

### 2.3. Dinámica lateral

La dinámica lateral analiza el comportamiento del vehículo cuando éste se somete a valores de la aceleración lateral no despreciables. Cuando estas aceleraciones toman relevancia, aparecen esfuerzos laterales que pueden provocar el deslizamiento y balanceo indeseado del vehículo.

Para analizar las fuerzas laterales a las que es sometido el vehículo, se puede hacer uso del modelo de la bicicleta. Este modelo simplifica el vehículo de cuatro ruedas en únicamente dos ruedas. Considerando, por ejemplo, que el vehículo gira a izquierda, las dos ruedas de la izquierda y la rueda delantera derecha conformarían la rueda delantera de la bicicleta. Por otro lado, las ruedas traseras del vehículo conformarían la rueda trasera de la bicicleta. En este modelo, la representación de las dos ruedas delanteras en una única rueda asume que el ángulo de giro de las ruedas delanteras es el mismo, cuando es sabido que este ángulo es similar pero no igual debido al radio de giro que cada rueda traza.

Para bajas velocidades, el modelo anteriormente citado es válido, pero cuando la velocidad del vehículo aumenta, esta simplificación no puede ser asumida. Por ello, es necesario desarrollar un modelo dinámico de movimiento lateral.

Este modelo dispone de dos grados de libertad, representados por la posición lateral del vehículo ' $y$ ' y el ángulo de guiñada ' $\Psi$ '. La posición lateral del vehículo es medida desde el eje lateral hasta el centro de rotación ' $O$ ' del vehículo. El ángulo de guiñada se mide respecto al eje global ' $X$ ', la velocidad longitudinal del vehículo en el centro de

gravedad se representa como ' $V_x$ ' y el ángulo de giro deseado como ' $\psi_{des}$ '. En la figura 2.7 puede observarse el modelo.

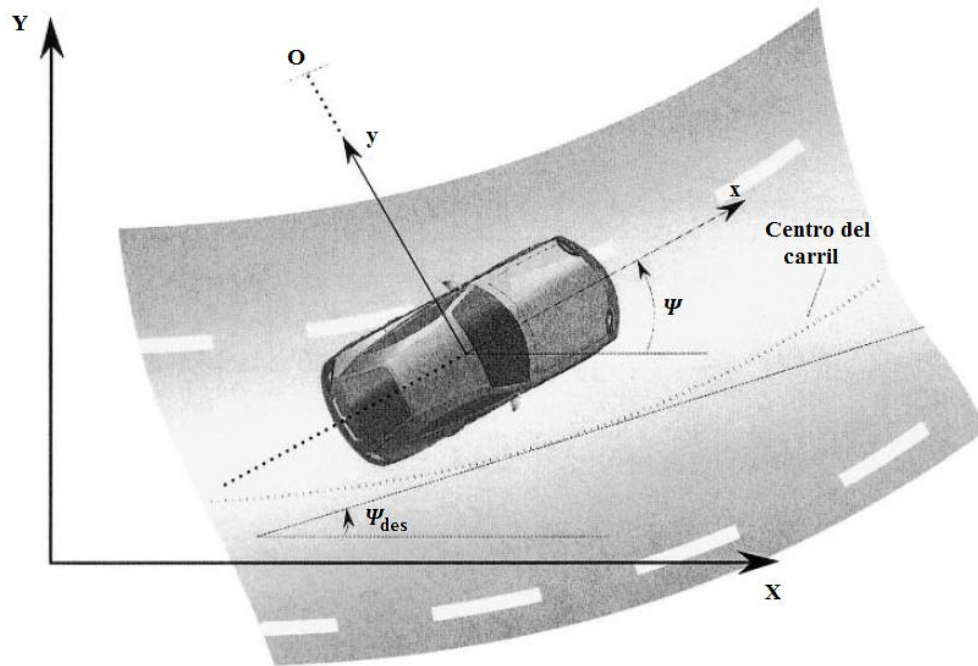


Figura 2.7. Modelo dinámica lateral

Aplicando la segunda ley de Newton a lo largo del eje 'y' en una carretera sin peralte, se obtiene:

$$m \cdot a_y = F_{yf} + F_{yr} \quad (\text{Ec. 2.19})$$

donde:

- $a_y = d^2y/dt^2$  es la aceleración inercial del vehículo en el centro de gravedad en la dirección 'y' ( $m/s^2$ ).
- $F_{yf}$  y  $F_{yr}$  son los esfuerzos laterales de los neumáticos en de las ruedas delanteras y traseras respectivamente (N).

Dos términos son los que conforman  $a_y$ : la aceleración ' $\ddot{y}$ ' debida al movimiento a lo largo del eje 'y' y la aceleración centrípeta  $V_x \cdot \dot{\psi}$ . Por tanto:

$$a_y = V_x \cdot \dot{\psi} + \ddot{y} \quad (\text{Ec. 2.20})$$

Sustituyendo la ecuación 2.20 en ecuación 2.19, el movimiento lateral de traslación queda de la siguiente manera:

$$m(V_x \cdot \dot{\Psi} + \ddot{y}) = F_{yf} + F_{yr} \quad (\text{Ec. 2.21})$$

Realizando un balance de momentos en el eje z se obtiene la siguiente ecuación:

$$I_z \ddot{\Psi} = l_f F_{yf} + l_r F_{yr} \quad (\text{Ec. 2.22})$$

donde:

- $l_f$  y  $l_r$  son las distancias al centro de gravedad del vehículo de los neumáticos delanteros y traseros respectivamente ( $m$ ).
- $F_{yf}$  y  $F_{yr}$  son los esfuerzos laterales en los neumáticos delanteros y traseros respectivamente ( $N$ ).
- $I_z$ : momento de inercia de guiñada del vehículo ( $kg \cdot m^2$ ).
- $\ddot{\Psi}$ : aceleración angular de guiñada del vehículo ( $rad/s^2$ ).

Para continuar con el análisis, es necesario modelar los esfuerzos  $F_{yf}$  y  $F_{yr}$  que actúan sobre el vehículo. Según resultados experimentales, los esfuerzos laterales sobre los neumáticos son proporcionales al ángulo de deslizamiento para ángulos pequeños. La empresa *OptimumG* realizó un estudio con dos tipos de neumáticos y diferentes valores de cargas verticales y obtuvo los resultados mostrados en la gráfica 2.8 [7].

El ángulo de deslizamiento se define como la diferencia entre el ángulo de orientación de la rueda y el ángulo de orientación del vector velocidad de la rueda, figura 2.9.

Según la figura 2.7, el ángulo de deslizamiento de la rueda frontal es:

$$\alpha_f = \delta - \theta_{vf} \quad (\text{Ec. 2.23})$$

donde:

- $\theta_{vf}$  es el ángulo que se encuentra entre el vector velocidad y el eje longitudinal del vehículo ( $^\circ$ ).
- $\delta$  es el ángulo de giro de la rueda delantera ( $^\circ$ ).

De manera similar se obtiene el deslizamiento del neumático trasero:

$$\alpha_r = -\theta_{Vr} \quad (\text{Ec. 2.24})$$

donde:

- $\theta_{Vr}$  es el mismo ángulo que  $\theta_{Vf}$  pero para las ruedas traseras (°).

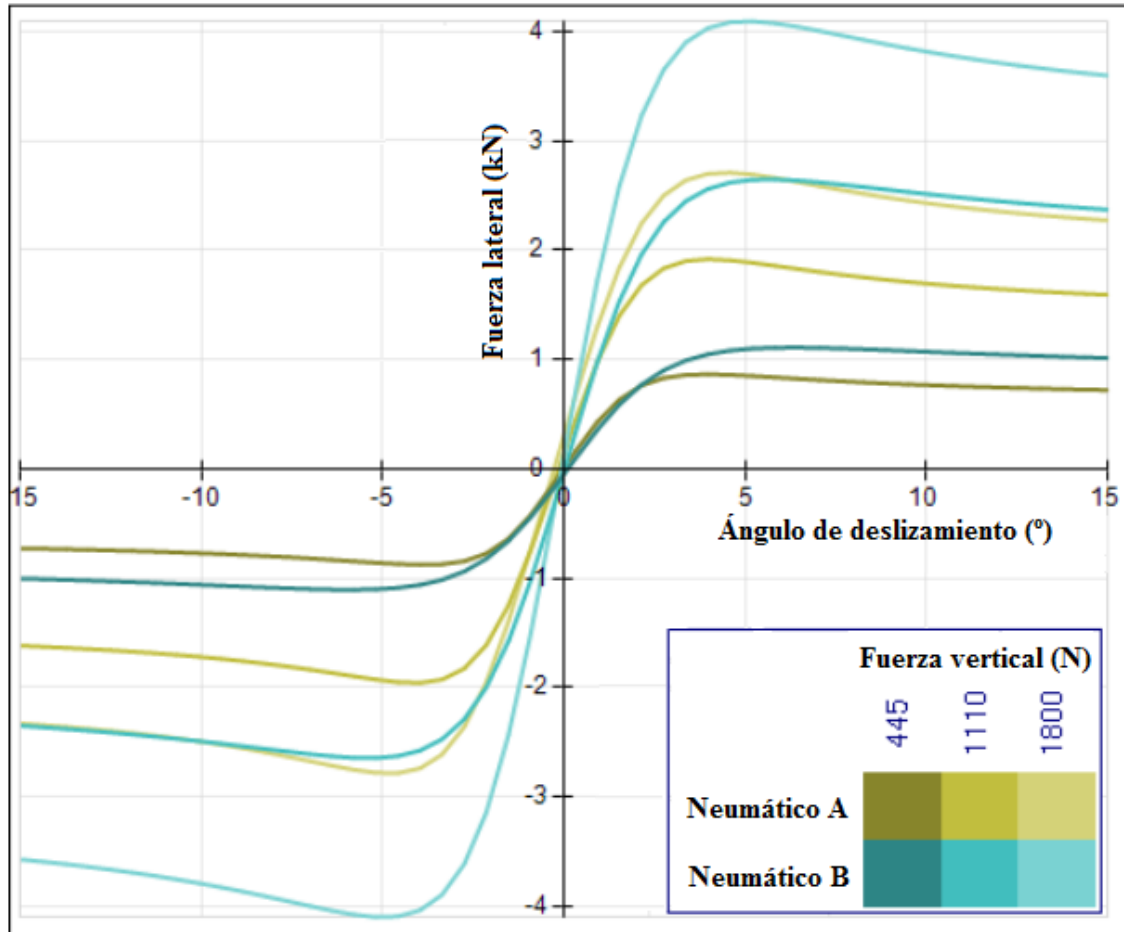


Figura 2.8. Comparación ángulo de deslizamiento – fuerza lateral

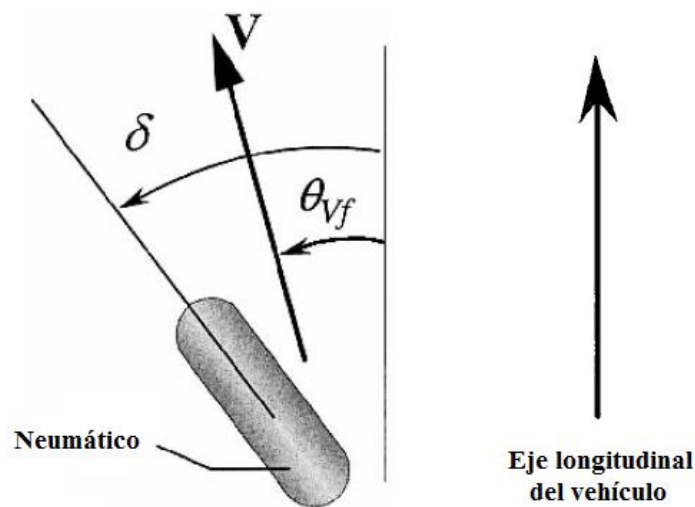


Figura 2.9. Ángulo de deslizamiento

Por tanto, el esfuerzo lateral en los neumáticos de las ruedas delanteras se define del siguiente modo:

$$F_{yf} = 2C_{\alpha f}(\delta - \theta_{Vf}) \quad (\text{Ec. 2.25})$$

siendo:

- $C_{\alpha f}$ : la rigidez al giro de las ruedas delanteras y el factor 2 debido al hecho de que hay dos ruedas ( $N$ ).
- $\theta_{Vf}$  es el ángulo que se encuentra entre el vector velocidad y el eje longitudinal del vehículo ( $^\circ$ ).
- $\delta$  es el ángulo de giro de la rueda delantera ( $^\circ$ ).

De manera similar se obtiene el esfuerzo sobre las ruedas traseras:

$$F_{yr} = 2C_{\alpha r}(-\theta_{Vr}) \quad (\text{Ec. 2.26})$$

donde:

- $C_{\alpha r}$ : es una constante proporcional de las ruedas traseras ( $N$ ).
- $\theta_{Vr}$  es el mismo ángulo que  $\theta_{Vf}$  pero para las ruedas traseras ( $^\circ$ ).

Finalmente, para calcular  $\theta_{Vf}$  y  $\theta_{Vr}$  se utiliza la siguiente relación:

$$\tan(\theta_{Vf}) = \frac{V_y + l_f \dot{\psi}}{V_x} \quad (\text{Ec. 2.27})$$

$$\tan(\theta_{Vr}) = \frac{V_y + l_r \dot{\psi}}{V_x} \quad (\text{Ec. 2.28})$$

Usando aproximaciones de ángulo pequeño y la notación  $V_y = \dot{y}$ ,

$$\theta_{Vf} = \frac{\dot{y} + l_f \dot{\psi}}{V_x} \quad (\text{Ec. 2.29})$$

$$\theta_{Vr} = \frac{\dot{y} - l_r \dot{\psi}}{V_x} \quad (\text{Ec. 2.30})$$

Sustituyendo las ecuaciones 2.23, 2.24, 2.29 y 2.30 en las ecuaciones 2.21 y 2.22, el modelo se puede definir de la siguiente manera:

$$\frac{d}{dt} \begin{Bmatrix} y \\ \dot{y} \\ \psi \\ \dot{\psi} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{2C_{\alpha f} + 2C_{\alpha r}}{mV_x} & 0 & -V_x - \frac{2C_{\alpha f}l_f - 2C_{\alpha r}l_r}{mV_x} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & -\frac{2C_{\alpha f}l_f - 2C_{\alpha r}l_r}{I_zV_x} & 0 & -\frac{2C_{\alpha f}l_f^2 - 2C_{\alpha r}l_r^2}{I_zV_x} \end{bmatrix} + \begin{Bmatrix} 0 \\ \frac{2C_{\alpha f}}{m} \\ 0 \\ \frac{2l_fC_{\alpha f}}{I_z} \end{Bmatrix} \quad (\text{Ec. 2.31})$$

#### 2.4. Dinámica vertical

Este último apartado de estudio de la dinámica del vehículo se centra en los efectos que se producen en el vehículo al ser sometido a cargas verticales. Estos efectos son desplazamientos en el eje vertical, que afectan al chasis, suspensión y deformaciones en los neumáticos.

Los desplazamientos verticales pueden ocasionar que las fuerzas que soportan cada uno de los neumáticos, en función de ciertos parámetros, sean variables y no equitativas, provocando una disminución en el valor de la fuerza adherente entre el neumático y el asfalto. Por ende, estos desplazamientos afectan a la estabilidad del vehículo negativamente y al confort de los ocupantes (vibraciones).

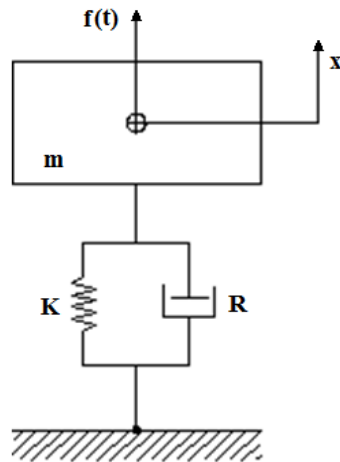


Figura 2.10. Sistema de suspensión



Para controlar las vibraciones resultantes en el vehículo se dispone el sistema de suspensión. La influencia de las vibraciones mecánicas se estudia a continuación:

Teniendo en cuenta el modelo de la figura 2.10, la ecuación de movimiento es:

$$M\ddot{x} + R\dot{x} + Kx = F(t) \quad (\text{Ec. 2.32})$$

Anulando la excitación ( $F(t) = 0$ ), la ecuación puede resolverse:

$$M\ddot{x} + R\dot{x} + Kx = 0 \quad (\text{Ec. 2.33})$$

La solución de la ecuación en forma homogénea es del tipo  $x = X \cdot e^{\omega t}$ , donde  $\omega$  es una constante a determinar.

Calculando las derivadas  $\dot{x}$  y  $\ddot{x}$  y sustituyendo en la ecuación 2.33:

$$(M \cdot \omega^2 + R \cdot \omega + K) \cdot X \cdot e^{\omega t} = 0 \quad (\text{Ec. 2.34})$$

Para calcular la solución no trivial del sistema se parte de:

$$M\omega^2 + R\omega + K = 0 \quad (\text{Ec. 2.35})$$

Reorganizando la ecuación:

$$\omega^2 + \omega \cdot \frac{R}{M} + \frac{K}{M} = 0 \quad (\text{Ec. 2.36})$$

La ecuación anterior recibe el nombre de ecuación característica del sistema, cuyas soluciones  $\omega_1$  y  $\omega_2$  son:

$$\omega_{1,2} = -\frac{R}{2M} \pm \sqrt{\left(\frac{R}{2M}\right)^2 - \frac{K}{M}} \quad (\text{Ec. 2.37})$$

Por otro lado, la solución de la ecuación (2.35) es:

$$x(t) = Ae^{\omega_1 t} + Be^{\omega_2 t} \quad (\text{Ec. 2.38})$$

$$x(t) = e^{-\left(\frac{R}{2M}t\right)}[Ae^{It} + Be^{-It}] \quad (\text{Ec. 2.39})$$

Siendo:

$$I = \sqrt{\left(\frac{R}{2M}\right)^2 - \frac{K}{M}} \quad (\text{Ec. 2.40})$$

La influencia de ' $I$ ' en el sistema es notable. En la figura 2.11 se observa como varía el desplazamiento en función de ' $I$ '.

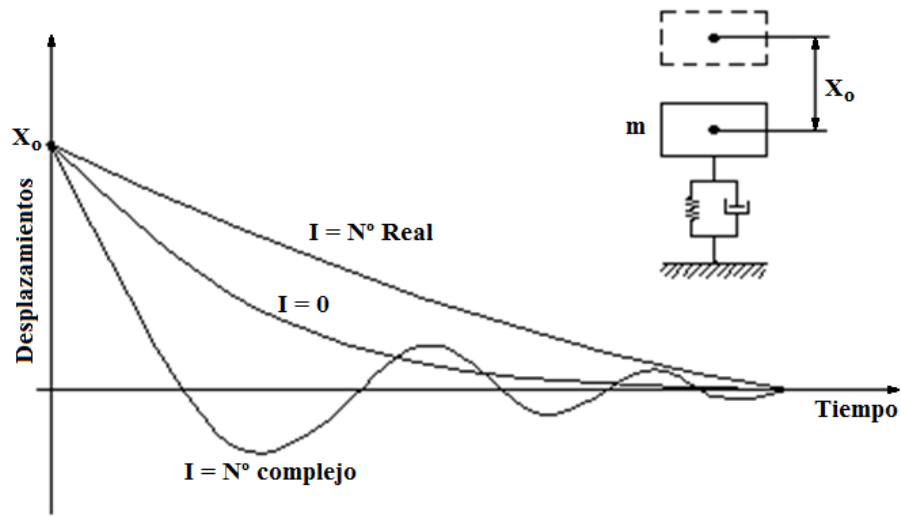


Figura 2.11. Comparación desplazamientos – tiempo en función  $I$

## Capítulo 3. Sistemas de seguridad

La seguridad en los vehículos es un aspecto fundamental y en constante evolución. En este tercer capítulo se exponen los sistemas de seguridad más importantes, realizando un breve análisis de cada uno de ellos.

### 3.1. Introducción

Los fabricantes de automóviles centran sus desarrollos en mejoras de seguridad y potencia en los vehículos, adaptando las nuevas tecnologías al servicio de los integrantes de los vehículos. Pese a la evolución en la seguridad vial, el factor humano es determinante y causante de la mayor parte de los accidentes producidos (entre un 70 y 90 %) [2].

La finalidad de los sistemas de seguridad es proteger la vida del conductor, de sus acompañantes y, también, la de los peatones en caso de accidente. Estos sistemas se pueden diferenciar en dos grupos: activos y pasivos. Los sistemas activos son aquellos que actúan con la intención de reducir el riesgo de sufrir un accidente. Por otro lado, los sistemas pasivos son los que actúan una vez se produce el accidente, intentando disminuir los efectos del mismo.

Entre los elementos que forman parte de la seguridad activa y pasiva se describen los más representativos a continuación.

### 3.2. Seguridad pasiva

Cuando no se ha podido evitar el accidente es el momento en el que la seguridad pasiva actúa para dar la mayor protección posible a los pasajeros y peatones y minimizar los daños ocasionados en el accidente.

Algunos de los elementos que podemos encontrar dentro de la seguridad pasiva son los siguientes:

1. Cinturón de seguridad: el más utilizado es el de tres puntos de anclaje. Fue incluido por Volvo en sus vehículos a partir de 1959 siendo el mecanismo de seguridad pasiva más efectivo. Sus funciones más importantes son:
  - Evitar un segundo impacto de los ocupantes (contra el interior del vehículo o contra otros ocupantes) tras una colisión.
  - Impedir la salida de los ocupantes del vehículo.
  - Minimizar la desaceleración de los integrantes del vehículo.
2. Pretensor y limitador del cinturón: estos elementos se encuentran ligados directamente al cinturón de seguridad.
  - El pretensor ciñe el cinturón al cuerpo del ocupante maximizando su efectividad.
  - El limitador relaja de manera progresiva la presión del cinturón permitiendo repartir mejor el esfuerzo, evitando de esta manera posibles daños en el esternón y las costillas.
3. Airbags: Sistema patentado por Mercedes-Benz que funciona como un sistema complementario al cinturón de seguridad. Se encuentra situado en la columna de dirección y en el tablero aunque algunos vehículos también incorporan airbags laterales. Están formados por tres componentes:
  - Detectores de impacto: distribuidos por el interior del vehículo.
  - Dispositivo de inflado: mediante una reacción química permite el inflado de la bolsa en un tiempo muy reducido.
  - Bolsas de nylon que se inflan con el nitrógeno generado por la reacción química.

Los airbags evitan que los pasajeros se golpeen con el interior del vehículo y permiten disminuir la desaceleración de los ocupantes al desinflarse de manera controlada.

Cabe destacar que los airbags no son un sustituto del cinturón de seguridad sino un complemento. El uso del airbag sin cinturón de seguridad puede provocar serias lesiones oculares (roturas del cristalino, hemorragias y desprendimientos oculares) [8]. El uso del airbag fue diseñado para actuar de manera eficaz siempre y cuando el cinturón de seguridad se encuentre abrochado.

4. Zonas de absorción de impacto: los vehículos actuales son capaces de proteger a sus ocupantes absorbiendo la energía que se produce en un impacto de manera que disminuya la fuerza transmitida a los pasajeros. Estas zonas de absorción, están diseñadas para comprimirse de manera progresiva y controlada permitiendo una desaceleración menor en el interior del vehículo. Además de estas zonas, los vehículos modernos disponen de jaulas de protección que desvían la energía en el impacto y protege a los ocupantes en caso de producirse un volcado del vehículo.
5. Sistemas de protección al peatón: en Europa, alrededor del 14% de las muertes en accidentes de tránsito son los peatones. El uso y diseño de vehículos preparados para los viandantes podría salvar sus vidas, por ello, EuroNCAP intenta alentar las mejoras en este sentido incluyendo una puntuación de la protección del peatón en la calificación general. El procedimiento promueve el diseño de estructuras capaces de absorber energía al impactar el peatón, espacios libres que se producen por deformación y sistemas de protección despleables.
6. Asientos: en los vehículos modernos, los asientos son diseñados para evitar que durante un impacto los pasajeros se deslicen hacia abajo y hacia delante, evitando provocar lesiones abdominales a los pasajeros. Estos asientos, se diseñan también de manera que protejan a los ocupantes traseros de chocar con los delanteros, siendo ésta la única barrera existente entre ambos. También se encuentran vehículos modernos en los cuales los asientos se deslizan hacia atrás al sufrir una colisión trasera, disminuyendo las fuerzas que sufre el cuello.
7. Reposacabezas: estos elementos detienen el movimiento de la cabeza al sufrir un choque, evitando así lesiones de cuello. Para un correcto funcionamiento y protección, la distancia entre reposacabezas y cabeza ha de ser mínimo y la altura ha de estar correctamente regulada. Una mala altura o distancia al reposacabezas podría causar mayores perjuicios en el cuello.
8. Corte de inyección y elementos auxiliares: este sistema permite el corte de inyección de combustible tras una colisión, procurando que dicho combustible a

presión no se dirija al motor evitando así un posible incendio o una combustión indeseada.

9. Parabrisas y cristales laterales: el cristal del parabrisas se fabrica con un compuesto para que, en caso de accidente, no se quiebre y salten pequeños pedazos que pudieran dañar a los pasajeros. Por otro lado, los cristales de las ventanillas laterales son más débiles y permiten su rotura con mayor facilidad, dando la posibilidad a los ocupantes de salir del vehículo en caso de volcado y bloqueo de puertas.

### 3.3. Seguridad activa

Como se citó en la sección 3.1, la seguridad activa engloba a todos aquellos elementos cuya función es evitar que se produzca un accidente, mejorando la eficacia y estabilidad del vehículo en marcha. Estos dispositivos pueden ser simples, como los neumáticos o las luces, o más complejos, por ejemplo el sistema ABS o el control de tracción y estabilidad.

Las nuevas investigaciones en seguridad se centran en dotar a estos sistemas de inteligencia con el objetivo de mejorar la conducción (mejora del aprovechamiento del combustible) y disminución de accidentes. Dos características fundamentales de estos sistemas inteligentes son las siguientes:

- Autonomía: implica la capacidad del sistema de operar de manera independiente a un ser humano. Además, ha de tener el control del estado del propio sistema y de sus acciones.
- Adaptabilidad: necesidad de poder reaccionar ante los cambios que sucedan en el ambiente en el que se conduzca y actuar sobre el vehículo para mejorar su comportamiento. Para ello, el vehículo incorpora sensores para captar los datos que recibe del entorno y los interpreta de forma beneficiosa para el conductor.

Los sistemas de seguridad más habituales que se pueden encontrar en los vehículos son los siguientes:

1. Neumáticos: los neumáticos son el principal sistema de seguridad activa, puesto que son el único elemento que mantiene el contacto con el asfalto. Es fundamental mantener los neumáticos en buen estado, seleccionando la presión óptima y comprobando el estado de la goma. Las características de los neumáticos se encuentran continuamente en evolución, buscando la mayor adherencia y estabilidad en curva y la menor distancia de frenado.
2. Luces: en ambientes de poca visibilidad las luces permiten ver (además del entorno) a otros vehículos y ser vistos por ellos. Estas luces no deben deslumbrar a otros conductores poniendo en riesgo la conducción.
3. Frenos: al igual que los neumáticos, para obtener buenos resultados en los frenos, éstos deben estar en buenas condiciones para que el vehículo se detenga en una distancia aceptable y de manera controlada, evitando colisiones.
4. Antibloqueo de frenos (ABS): el sistema detecta en frenadas fuertes cuando el coeficiente de rozamiento entre el neumático y el asfalto es inferior a la adherencia máxima. En ese punto entra en funcionamiento evitando el deslizamiento del neumático y manteniéndolo girando. Una frenada fuerte que bloquee una rueda es perjudicial para la conducción, tanto para el control como para la estabilidad. El deslizamiento de los neumáticos impide el correcto control del vehículo y aumenta la distancia de frenado. Por ello, el ABS evita el bloqueo de las ruedas haciendo que giren lentamente, mejorando la distancia de frenado y el control del vehículo.
5. Asistencia de frenada de emergencia: sistema ideado por Mercedes-Benz que permite interpretar cuando un conductor desea realizar una frenada de emergencia y le ayuda a aplicar la mayor fuerza de frenado (sin bloquear las ruedas), frenando el vehículo en una distancia menor (la reacción del conductor en una frenada de emergencia es frenar menos que lo que el vehículo le permite).



6. Suspensión activa: se encarga de controlar de manera independiente la amortiguación en cada una de las ruedas con el objetivo de absorber las irregularidades de la calzada, el guiado de las ruedas y maximizar la adherencia de la rueda sobre el terreno. Esto se traduce en confort para los pasajeros y estabilidad en el vehículo.
7. Control de tracción (TCS): el sistema detecta cuando una de las ruedas motrices pierde adherencia (por ejemplo en una pendiente deslizante) y disminuye la potencia en la rueda para evitar que patine y permita controlar mejor el vehículo. El TCS Funciona en cada rueda de manera independiente y comparte sensores que utiliza el ABS para determinar si una rueda desliza o no.
8. Bloqueo electrónico del diferencial (EDL): el diferencial actúa compensando la diferencia de distancia que recorren las ruedas interiores frente a las exteriores al describir una curva. Pero este caso en el que unas ruedas giren más que otras no solo se da en las curvas. Si el vehículo circula en línea recta y solamente las ruedas de uno de los laterales pasa por un charco de agua helada es posible que estas ruedas deslicen y giren más rápido, provocando inestabilidad en el vehículo y pérdida de tracción. El EDL analiza la velocidad de giro de las ruedas y si alguna de ellas gira más rápido que el resto bloquea el diferencial para avanzar de manera más segura.
9. Control de estabilidad (ESC): También llamado ESP (programa electrónico de estabilidad), DSC (control dinámico de estabilidad) o VDC (control dinámico del vehículo), variando su nombre en función del fabricante que lo monta. Su función es ayudar al conductor a mantener el vehículo en su trayectoria ideal.

El control de estabilidad evalúa si las maniobras que hace el conductor se corresponden con las que realiza el vehículo. Si la maniobra deseada no coincide con el movimiento del vehículo el ESC lo detecta de inmediato y reacciona, utilizando el sistema de frenos independientemente en cada rueda para mantener la trayectoria del vehículo estable.

El funcionamiento del ESC prevalece sobre el del resto de sistemas de seguridad, es decir, si el sistema antibloqueo debe actuar simultáneamente con el control de estabilidad, este último tiene prioridad (más importante mantener estable la trayectoria del vehículo).

En el presente proyecto, el controlador ESC tiene gran importancia. Para el desarrollo de los valores del controlador PID se parte de los valores que incorpora Carsim en el ESC. Además, con el fin de determinar la eficacia del controlador PID, éste es comparado con dos vehículos, los cuales uno de ellos incorpora un controlador ESC y el otro no lleva ningún tipo de controlador.

## Capítulo 4. Controlador PID

El análisis del controlador utilizado en el presente Proyecto junto con otros controladores se realiza en este capítulo. Además, se aporta información sobre como ajustar el controlador PID con diferentes métodos.

#### 4.1. Introducción

Los controladores son sistemas muy utilizados actualmente, ya sea en un vehículo, como en industria o en cualquier otra área, cuya función es mantener ciertos parámetros dentro de un rango determinado actuando de manera consecuente. Un controlador recibe información del entorno y actúa para dar una respuesta adecuada al sistema en el que trabaja.

#### 4.2. Tipos de controladores

En el presente proyecto se analiza el comportamiento de los vehículos al incorporar un controlador sencillo y robusto como es el PID, con la finalidad de mejorar la estabilidad de los vehículos. Además del controlador PID, existen un gran número de controladores en uso. Ejemplo de ello son los siguientes controladores:

1. Controlador  $H_{\infty}$ : esta técnica se usa para minimizar el impacto de una perturbación en lazo cerrado. Para usar este método, ha de expresarse el sistema a controlar como un problema de optimización matemática y el controlador optimiza el sistema. La ventaja de este controlador frente a los controladores clásicos es que es aplicable a sistemas de variables múltiples. Entre sus desventajas se encuentra que el nivel matemático de comprensión necesario para aplicar exitosamente la técnica  $H_{\infty}$  es elevado.
2. Controlador Fuzzy (lógica difusa): este controlador permite tomar un valor cualquiera dentro de un conjunto de valores que se encuentra entre dos extremos, aplicando un razonamiento matemático que calcula de forma exacta las magnitudes correspondientes a situaciones poco previsibles.

Con el fin de evitar la obtención de respuestas duales del tipo “si/no”, “todo/nada”, la lógica difusa realiza varias evaluaciones y determina valores intermedios como “mucho/poco” y los formula matemáticamente para posteriormente ser evaluados mediante computadoras.

3. Redes neuronales: este tipo de controladores se inspiran en las redes neuronales biológicas, aunque poseen diferentes estructuras de conexión y funcionalidades respecto a la perspectiva biológica. Las características de este tipo de redes son las siguientes:
  - a. Auto-organización y adaptabilidad. El uso de algoritmos de aprendizaje adaptativo y auto-organizativos permite un procesador robusto y adaptativo.
  - b. Gracias al procesamiento no lineal se aumenta la capacidad de la red para aproximar funciones, además de mejorar su respuesta frente al ruido.
  - c. Procesado paralelo: es habitual encontrar un gran número de nodos de procesamiento altamente interconectados.

Estos controladores son los apropiados para el procesamiento de señales e imágenes.

4. Algoritmo genético: son métodos utilizados para la resolución de problemas de búsqueda y optimización. Basado en los postulados de Darwin (selección natural y supervivencia de los más fuertes), el algoritmo imita este proceso creando soluciones a un problema dado y asigna una puntuación valorando la bondad de dicha solución. Posteriormente, analiza las posibles soluciones en función de la puntuación y continúa optimizando el sistema.

Aunque el algoritmo genético encuentra soluciones de nivel aceptable en un período de tiempo competitivo con respecto a otros algoritmos de optimización, no existen garantías de que este algoritmo encuentre la solución óptima.

5. Skyhook: esta técnica es aplicada a la suspensión del vehículo. El sistema de suspensión Skyhook dispone de sensores que registran la aceleración del chasis y de las ruedas y la iguala ajustando los amortiguadores. Minimiza las tendencias al vuelco y cabeceo del vehículo en función de las condiciones de la conducción. El nombre de este sistema proviene de que las características de la suspensión se pueden comparar con las de un chasis suspendido de un gancho en el cielo.
6. Controlador PID: este controlador se analiza en mayor profundidad que el resto en la siguiente sección, 4.3.

#### 4.3. Controlador PID

El controlador PID (Proporcional, Integral, Derivativo) es un mecanismo de control aplicado a una realimentación de bucle cerrado, que calcula la desviación entre un valor medido y el valor de consigna para aplicar acciones correctoras que ajusten el proceso. Es usado ampliamente para el control de procesos industriales.

Existen tres parámetros que son los que definen el algoritmo de cálculo del controlador: El valor proporcional, integral y derivativo. La suma de estos tres valores es la utilizada para ajustar el proceso a controlar. Dependiendo del tipo de controlador puede darse el caso que alguno de estos valores tome un valor de 0, pudiendo ser PI PD o, incluso, P o I. Estos parámetros influyen individualmente en alguna característica determinada de la salida (sobreoscilación, tiempo en alcanzar el punto de consigna...), por tanto, el uso y combinación de los diferentes valores en el sistema consigue una salida con unas características determinadas [9].

##### 4.3.1. Estructura del PID

El esquema general del controlador PID se observa en la figura 4.1.

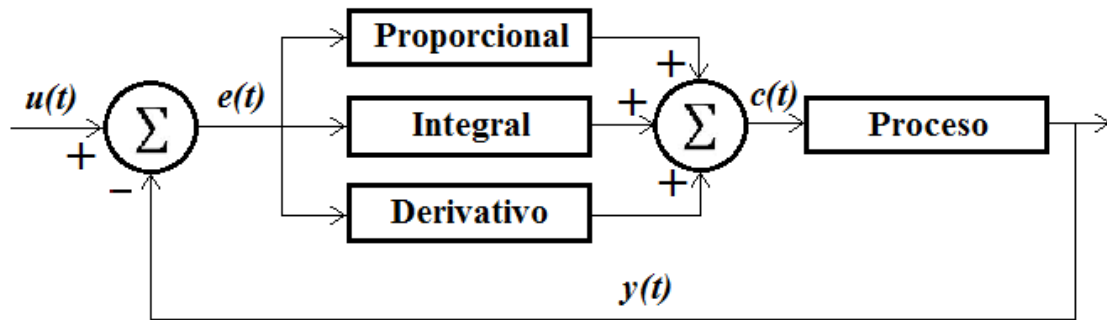


Figura 4.1. Esquema controlador

A continuación, se explican los parámetros del esquema:

- $u(t)$ : valor de consigna, es el valor que se desea obtener.
- $e(t)$ : es el resultado de comparar el valor de  $y(t)$  con  $u(t)$ .
- $c(t)$ : valor a la salida del regulador.
- $y(t)$ : valor que se obtiene del proceso y que se comparará con  $u(t)$ .

Los valores proporcional, integral y derivativo se definen a continuación [10]:

- P, acción de control proporcional: da una salida proporcional al error (acción de control en función de la información que se recibe del presente).

La acción proporcional es la base de las tres formas de control, en el caso que el controlador tenga presentes control integral y derivativo, estos son sumados a la acción proporcional. El cambio obtenido en la salida es un múltiplo del porcentaje de cambio en la medición. A este múltiplo se le denomina ganancia del controlador. Existe un valor límite proporcional a partir del cual se alcanzan valores indeseados. A esto se le denomina sobreoscilación y ésta no debe superar el 30%. P se determina mediante la ecuación 4.1.

$$P = K_p \cdot e(t) \quad (\text{Ec. 4.1})$$

donde:

- $K_p$  es la ganancia proporcional, parámetro ajustable.
- $e$  es el error.

- I, acción de control integral: da una salida proporcional a la integral del error pasado (acción de control en función de la información recopilada del pasado).

Esta acción es capaz de eliminar el error provocado por la acción proporcional en régimen estacionario. Sin embargo, el tiempo de establecimiento es mayor, su respuesta es más lenta y comparándolo con la acción proporcional, el período de oscilación es mayor. I se obtiene con la ecuación 4.2.

$$I = K_i \cdot \int_0^t e(\tau) d\tau \quad (\text{Ec. 4.2})$$

donde:

- $K_i$  es la ganancia integral, parámetro ajustable.
  - $\tau$  es la variable de integración que toma valores entre 0 y  $t$ .
  - $e$  es el error.
- D, acción de control derivativa: da una salida proporcional a la derivada del error (acción de control en función de los cambios previstos en el futuro).

La acción derivativa se añade a las otras dos contribuyendo a disminuir el exceso de sobreoscilación. Mantiene el error al mínimo, corrigiéndolo de manera proporcional con la misma velocidad que se produce, evitando su incremento. La acción derivativa no es ampliamente utilizada debido a la sensibilidad al ruido que manifiesta. D se determina mediante la ecuación 4.3.

$$D = K_d \cdot \frac{de(t)}{dt} \quad (\text{Ec 4.3})$$

donde:

- $K_d$  es la ganancia derivativa, parámetro ajustable.
- $e$  es el error.

Por tanto, sumando las tres acciones se obtiene:

$$u(t) = K_p \cdot e(t) + K_i \cdot \int_0^t e(\tau) d\tau + K_d \cdot \frac{de(t)}{dt} \quad (\text{Ec 4.4})$$



En resumen, la acción proporcional es la que actúa cuando no hay variación en el proceso, su magnitud varía en función del punto de consigna. La acción integral actúa para corregir errores permanentes entre el punto de consigna y el valor actual. Por último, la acción derivativa complementa a la proporcional y se relaciona con la magnitud del cambio del proceso.

#### 4.3.2. Ajuste del controlador PID

Aunque hay diferentes métodos de ajuste, en el presente Proyecto se exponen dos formas: el ajuste manual y el ajuste de Ziegler y Nichols. Del segundo, se presentan dos métodos: método de respuesta en frecuencia y el método de respuesta al escalón.

##### 4.3.2.1. Ajuste manual

Para realizar un ajuste manual eficiente se siguen los siguientes pasos:

1. Se ajustan las ganancias integral y derivativa a valor cero.
2. Variar la ganancia proporcional hasta aproximarse al punto deseado, aunque sea inestable. Si es inestable, se reduce el valor proporcional hasta lograr la estabilidad.
3. Si, después del ajuste del valor proporcional, no se ha alcanzado el punto de consigna, se aumenta la ganancia integral manteniéndola dentro de los límites en los que permitan la estabilidad del controlador.
4. Puede darse el caso en el que, aun disminuyendo el valor integral, la inestabilidad no desaparezca. En ese punto hay que aumentar ligeramente el valor derivativo.
5. Para comprobar si los ajustes son correctos se introduce una inestabilidad en el sistema y se observa su respuesta. Si la respuesta que se recibe de la perturbación introducida no es la esperada, se vuelven a realizar los pasos sin ajustar a cero las ganancias integral y derivativa.

## 4.3.2.2. Ajuste de Ziegler-Nichols

Las reglas de ajuste de Ziegler y Nichols fueron publicadas en 1942 y permiten ajustar controladores PID de forma empírica. Son uno de los métodos más utilizados de sintonización de controladores PID. Definen las ganancias proporcional, integral y derivativa a partir de la respuesta del sistema en lazo abierto o lazo cerrado [11].

## a) Método de respuesta en escalón

Este método de ajuste se desarrolló a partir de simulaciones empíricas en varios sistemas diferentes. El inconveniente de esta regla es la obtención de un pobre amortiguamiento en sistemas en bucle cerrado. Sin embargo, se adapta bien a los sistemas en lazo abierto en los que se encuentra un retardo desde que recibe la señal de control hasta el comienzo de su actuación.

Para la obtención de las tres constantes se utilizan dos parámetros;  $T$  y  $L$ . La obtención de estos dos parámetros se recogen de la correspondiente gráfica del proceso a estudiar, a modo de ejemplo se expone (figura 4.2):

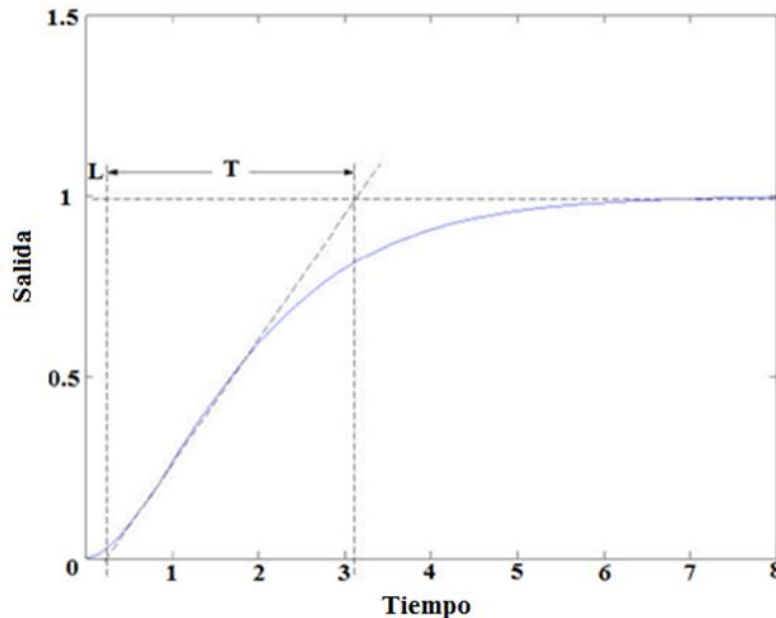


Figura 4.2. Esquema respuesta en escalón

Con los valores extraídos de la figura correspondiente al sistema o proceso que se quiere ajustar y con la tabla 4.1 se obtienen las constantes proporcional, integral y derivativa del controlador.

Además, es posible determinar si el ajuste de Ziegler-Nichols es aplicable al sistema. Una vez conocido el parámetro  $T$  y el parámetro  $L$ , la regla de respuesta en escalón es aplicable si  $0.1 < L / T < 1$ .

Tabla 4.1. Constantes en el método de respuesta en escalón

Controlador	$K_p$	$K_i$	$K_d$
P	$T/L$	0	0
PI	$0.9 * T/L$	$0.3/L$	0
PID	$1.2 * T/L$	$1/2L$	$0.5L$

#### b) Método de respuesta en frecuencia

El método de respuesta en frecuencia es una forma alternativa de ajustar los valores del PID, para realizar este método se realiza lo siguiente:

Como primer ajuste, se anulan los valores constantes integral y derivativo dando un valor de cero;  $K_i = 0$  ,  $K_d = 0$ .

Una vez anulados los valores integral y derivativo, se aumenta progresivamente el valor proporcional hasta obtener una oscilación mantenida en la respuesta del sistema (figura 4.3). La ganancia proporcional fijada toma el valor de  $K_u$ .

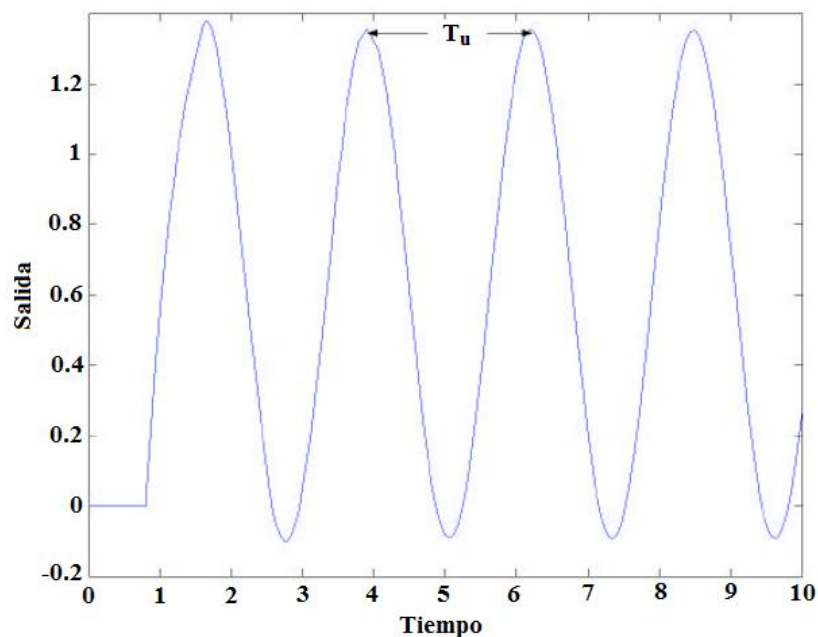


Figura 4.3. Oscilación del sistema

Al igual que en el método de respuesta en escalón, el método de respuesta en frecuencia también se ayuda de una tabla de valores para sintonizar los valores del PID. Para usar la tabla es necesario el valor  $T_u$  (período de la onda) que es posible obtenerlo en la figura 4.3.

Con los valores  $K_u$  y  $T_u$  es posible sintonizar los parámetros proporcional, integral y derivativo, siguiendo la información de la tabla 4.2:

Tabla 4.2. Constantes en el método de respuesta en frecuencia

Controlador	$K_p$	$K_i$	$K_d$
P	$0.5K_u$	0	0
PI	$0.45K_u$	$1.2/T_u$	0
PID	$0.6K_u$	$2/T_u$	$0.125T_u$

#### 4.3.3. Ejemplo de sintonización en Matlab y mejoras del PID

En el presente ejemplo se ajustan los parámetros PID de un depósito de agua mediante el método de respuesta en escalón [12]. El modelo del depósito y el controlador en Simulink se aprecia en la figura 4.4:

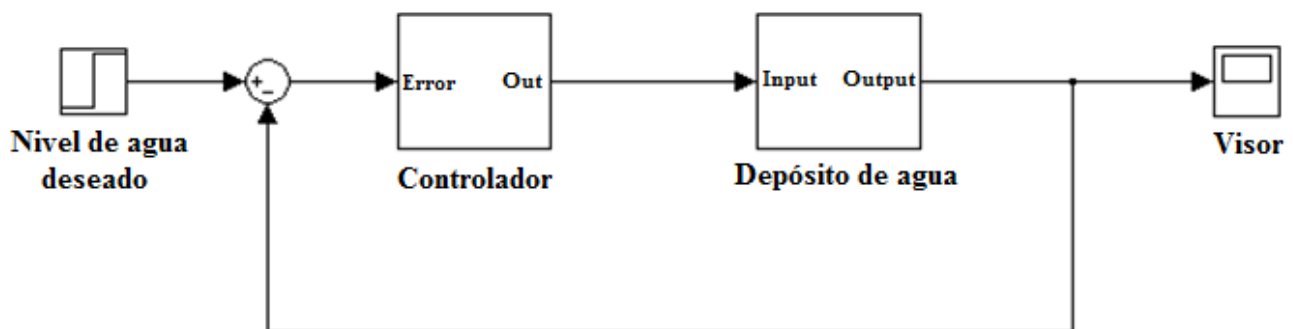


Figura 4.4. Esquema del depósito y controlador en Simulink

Además, para profundizar más en las opciones de ajuste del controlador, se exigen los siguientes requerimientos:

- El tiempo de subida debe ser menor de 5 segundos.
- El punto de consigna no debe sobrepasarse en un 5%.

Las características del depósito de agua son las siguientes:

El agua entra al depósito por la parte superior de manera proporcional al voltaje,  $V$ , aplicado a la bomba.

El agua abandona el depósito a través de la apertura en la base del mismo de forma proporcional a la raíz de la altura del agua,  $H$ , en el depósito.

La representación del depósito se observa en la figura 4.5.

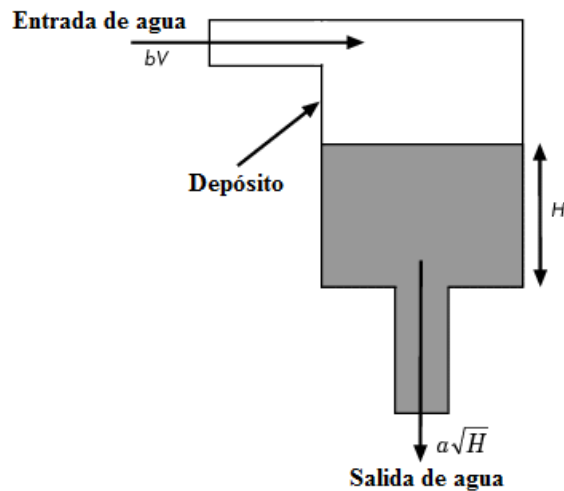


Figura 4.5. Representación del depósito de agua

La representación del depósito en Simulink (Water-Tank system) se muestra en la figura 4.6:

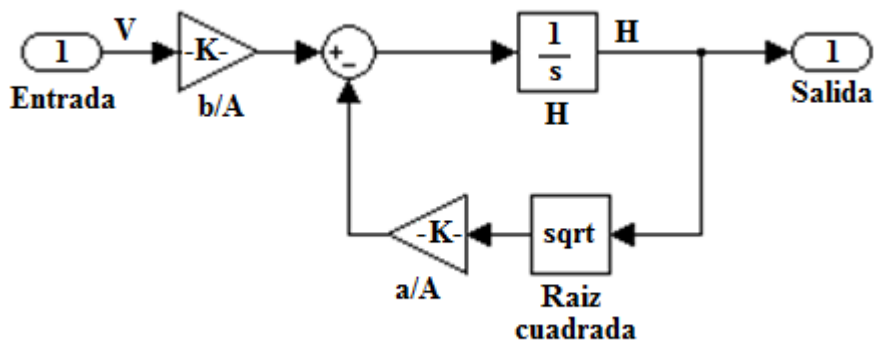


Figura 4.6. Representación en Simulink del depósito

donde:

- $H$ : Altura del agua en el depósito ( $m$ ).
- $Vol$ : Volumen de agua en el depósito ( $m^3$ ).
- $V$ : Voltaje aplicado a la bomba ( $V$ ).
- $A$ : Área transversal del depósito ( $m^2$ ).

- b: Constante relacionada con el flujo de entrada al depósito.
- a: Constante relacionada con el flujo de salida del depósito.
- Ecuación diferencial:  $\frac{d}{dt} Vol = A \frac{dH}{dt} = bV - a\sqrt{H}$

En el bloque “controlador” del modelo de Simulink se encuentra únicamente el controlador PID, figura 4.7:



Figura 4.7. Bloque del controlador

Para realizar la sintonización o ajuste del PID del ejemplo, se realizan las siguientes acciones:

1. Desde el sistema creado en Simulink se accede a la pestaña *Tools > Control Design > Compensator Design*. Esta acción abre la ventana *Control and Estimation Tools Manager* con la opción *Compensator Design Task* seleccionada. En la figura 4.8, se observa el procedimiento a seguir.

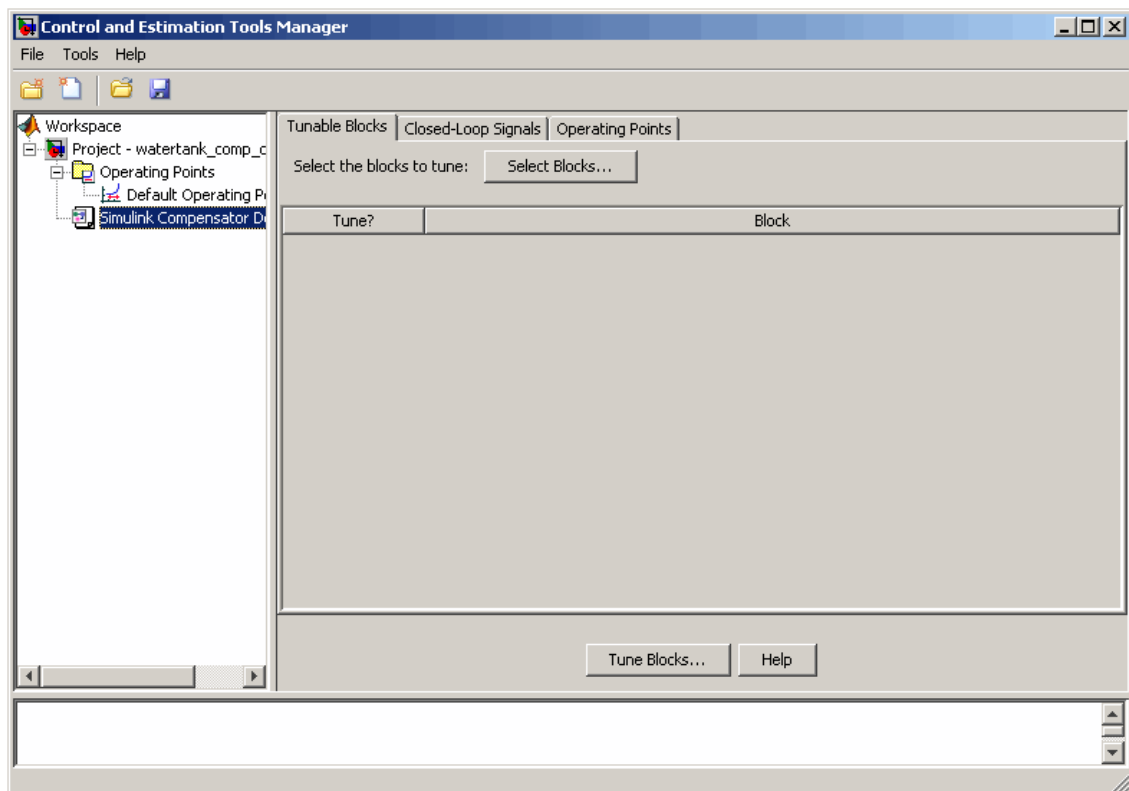


Figura 4.8. Ventana *Control and Estimation Tools Manager*, paso 1

2. Selección del bloque PID a ajustar, para ello se siguen los siguientes pasos:
  - En la pestaña de *Tunable Blocks*, hacer click en *Select blocks*. Esta acción hace que aparezca una nueva ventana llamada *Select Blocks to Tune*.
  - En la nueva ventana, se resalta *controller* en el árbol de la izquierda.
  - Seleccionar la casilla “*Tune?*” del *PID controller*. Pulsar Ok.

Procedimiento en figura 4.9.

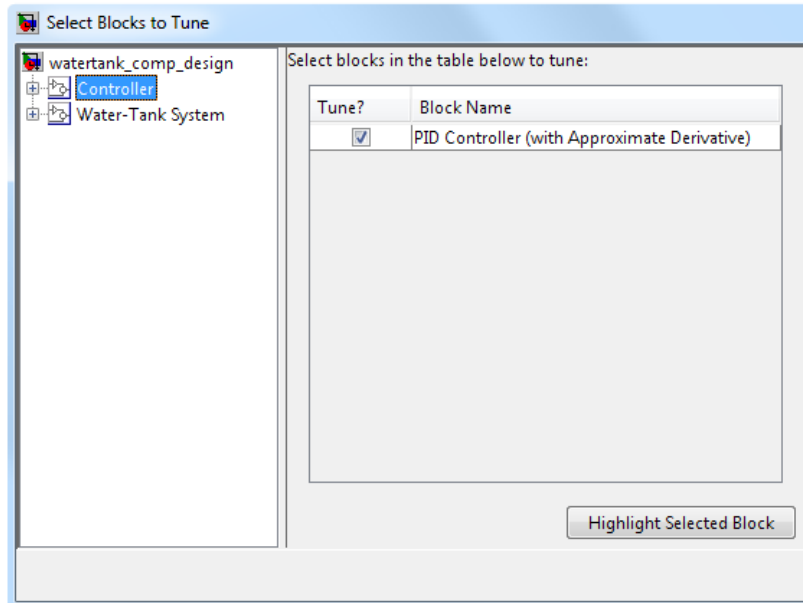


Figura 4.9. Ventana *Select Blocks to Tune*, paso 2

3. Definición del bucle del sistema el cual se desea analizar la respuesta. Se selecciona el punto de entrada y de salida:
  - Click con el botón derecho sobre la señal de salida de *Desired Water Level block*, seleccionar *Linearization Points* > *Input Point*.
  - Click con el botón derecho sobre la señal de salida de *Water-Tank System*, seleccionar *Linearization Points* > *Output Point*.

Este paso se muestra en la figura 4.10.

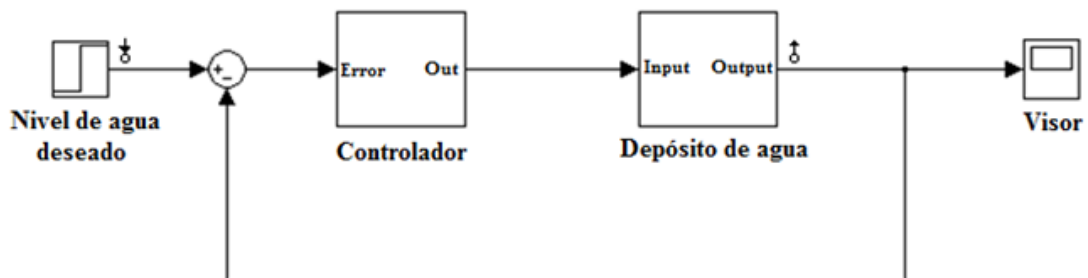


Figura 4.10. Esquema Simulink, paso 3

- a. Volver a la ventana *Control and Estimation Tools Manager* y hacer click en *Tune Blocks*. En este punto, se seleccionan las gráficas que se estimen oportunas para analizar la respuesta. Para el caso del ejemplo, se siguen los siguientes pasos:
  - Click en *next* en las dos primeras ventanas que aparecen.
  - En el paso 2, se selecciona *Step* en *Plot Type, Plot 1* y se marca la casilla de *Plots* de debajo, como se aprecia en la figura.

Estos pasos se observan en la figura 4.11.

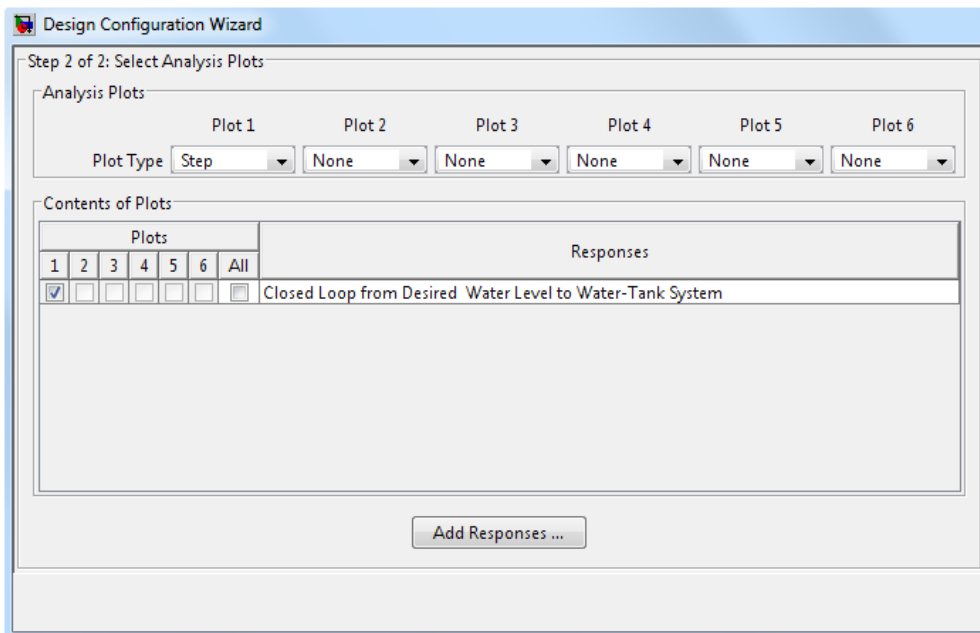


Figura 4.11. Ventana *Design configuration Wizard*, paso 4

Al hacer click en *Finish*, Matlab linealiza el modelo de Simulink sobre el punto especificado y muestra la respuesta del sistema, como se muestra en la figura 4.12.

La respuesta obtenida muestra que se sobrepasa el punto de consigna por encima del 5% requerido. Para mejorar la respuesta se sintonizan automáticamente los valores del PID de la siguiente forma:

En la ventana *Control and Estimation Tools Manager* se selecciona *SISO Design Task* y la pestaña *Automated Tuning*. Dentro de esta última pestaña, se ajustan las siguientes opciones:



- Método de diseño: PID tuning.
- Tipo de controlador: En este caso PI.
- Algoritmo de ajuste: *Ziegler-Nichols open loop*.

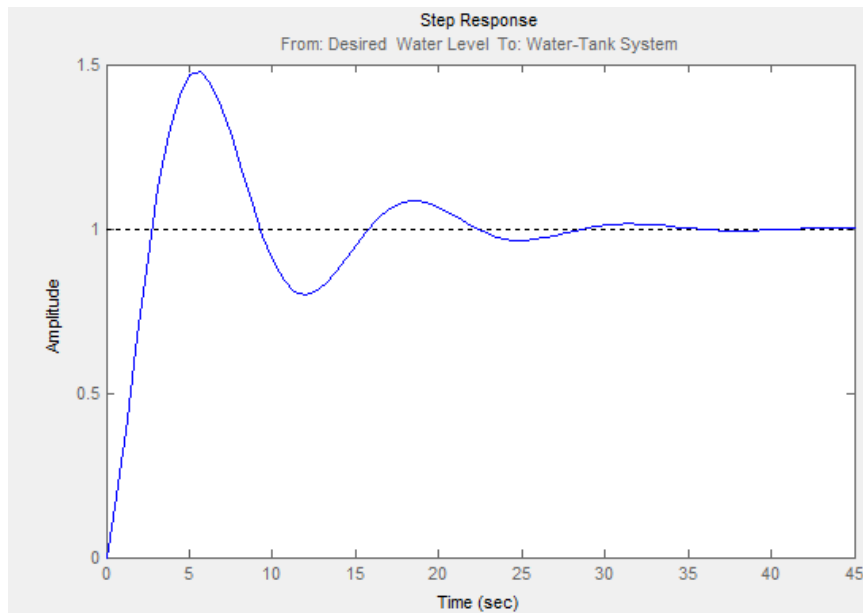


Figura 4.12. Respuesta del sistema

Para que se calculen los valores del PID se pulsa *Update Compensator*. Los valores obtenidos se pueden observar en la pestaña *Parameter* dentro de la pestaña *Compensator Editor*, dentro de esta misma ventana. La figura 4.13 representa este paso.

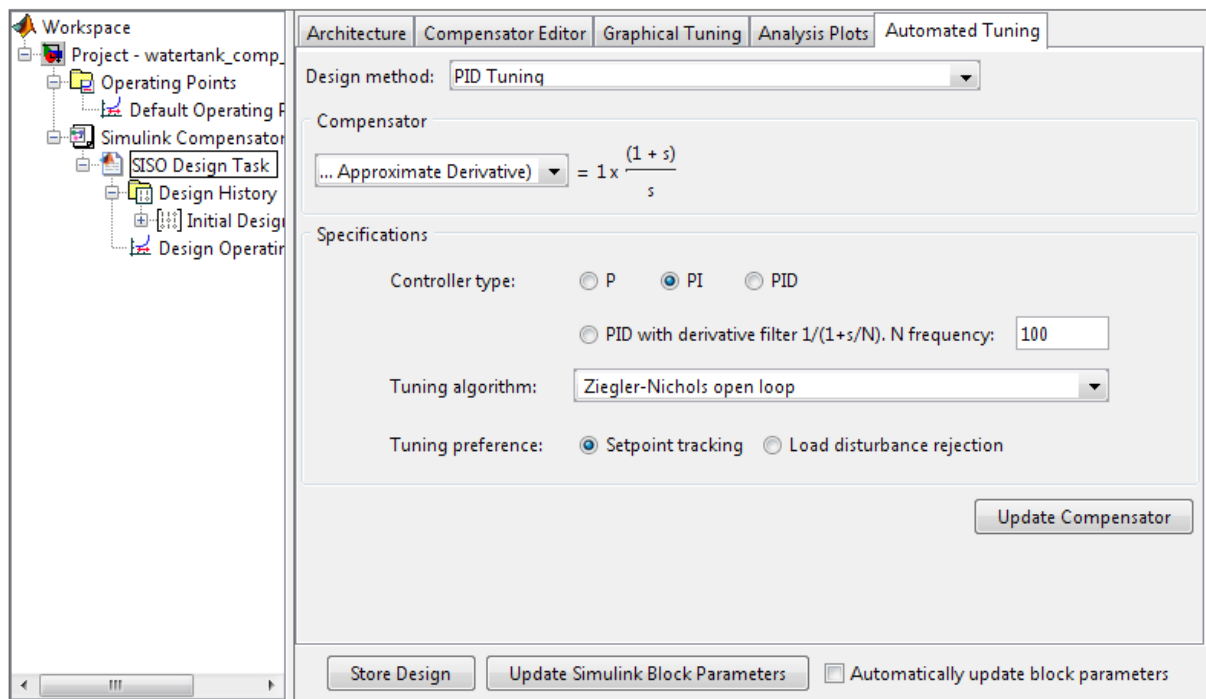


Figura 4.13. Sintonizado automático de los valores del PID

El resultado obtenido tras el ajuste de los parámetros del PID es el mostrado en la figura 4.14.

El tiempo de subida se aleja mucho del especificado, por tanto es necesario modificar las características del PID para cumplir con los requerimientos. Sin embargo, se aprecia una notable mejora del porcentaje en el que se supera el punto de consigna, situándose en 5,38%.

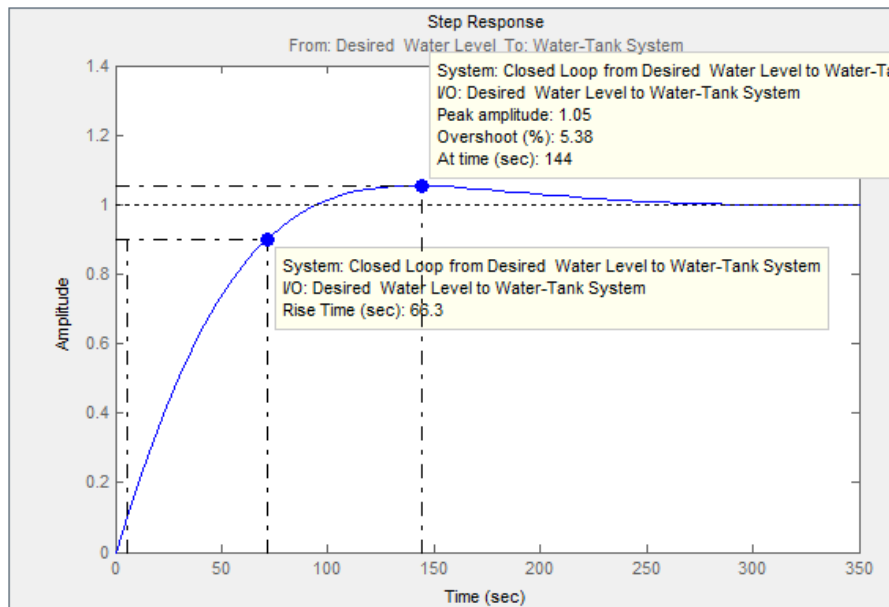


Figura 4.14. Respuesta del sistema tras ajuste

Para cumplir con las especificaciones del ejemplo, se ajustan los valores del PID usando el diagrama de Bode del sistema. El acceso a dicho diagrama se realiza desde la ventana *Control and Estimation Tools Manager*, abriendo la pestaña *Graphical Tuning*. En esta pestaña se especifican los gráficos deseados, en el caso del ejemplo se usa un solo gráfico (*Open-Loop Bode*, ver figura 4.15).

Esta acción crea un diagrama de Bode (amplitud y fase) del sistema en la ventana *SISO Design window* que, previamente, estaba abierta. Puede ser modificado para alcanzar las especificaciones requeridas. Para modificar el diagrama basta con arrastrar la línea azul que indica la amplitud verticalmente. Al realizar esta acción, la respuesta del sistema varía (es posible ver simultáneamente la respuesta del sistema mientras se varía la amplitud), al igual que los valores del PID y la estabilidad del sistema (en este caso nunca será inestable ya que la fase nunca cruza por  $-180^\circ$ ).

Al incrementar la ganancia (amplitud) del sistema, se mejora la velocidad de respuesta. El resultado final tanto del diagrama de Bode como de la respuesta del sistema es el mostrado en la figura 4.16.

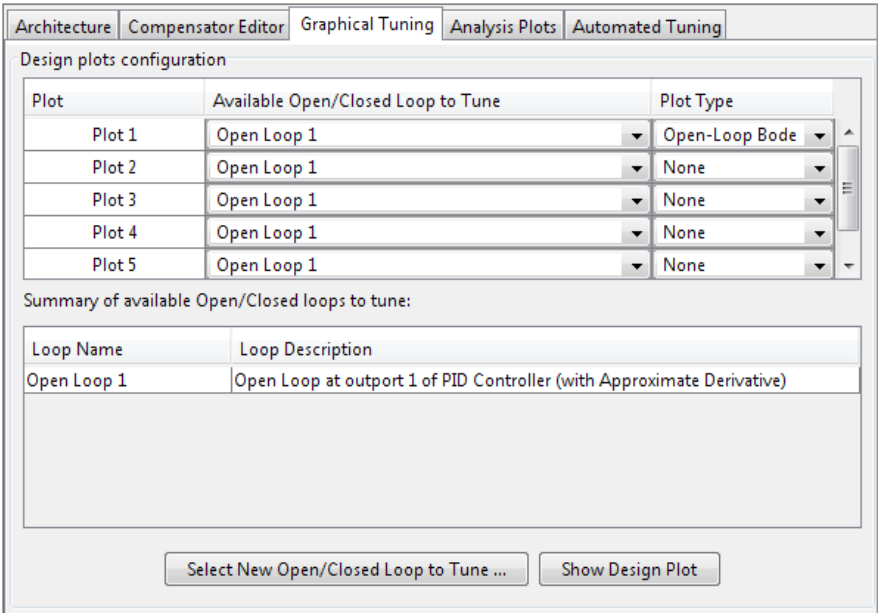


Figura 4.15. Selección de diagramas de Bode

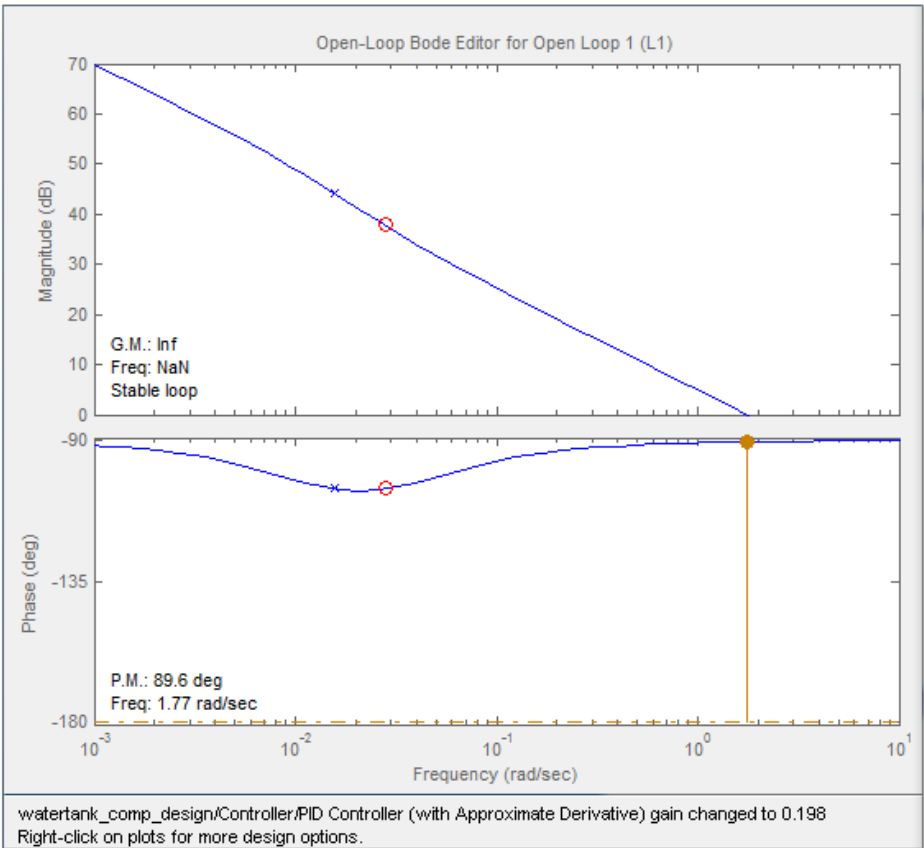


Figura 4.16. Diagrama de Bode

Accediendo a la pestaña *Parameter* dentro de la pestaña *Compensator Editor* indica que los valores del PID para obtener los resultados anteriores son:

- P: 7,0912.
- I: 0,19796.
- D: 0.

Comparando los requerimientos especificados al inicio del ejemplo con los observados en el sistema ajustado, figura 4.17, se obtiene:

- El tiempo de subida es de 1,22 segundos, menor de 5 segundos.
- El porcentaje en que se supera el punto de consigna es de 0,603%, mucho menor que el 5% máximo.

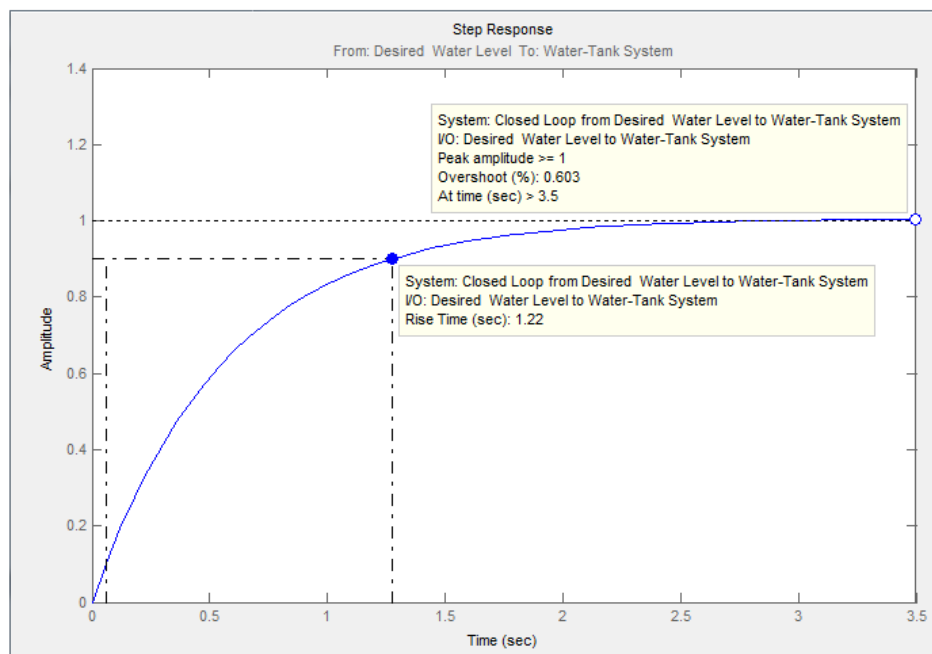


Figura 4.17. Respuesta del sistema corregida

Para demostrar que la sintonización del PID es correcta, basta incluir manualmente los valores obtenidos para el PID en el bloque correspondiente en el sistema Simulink o hacer click en el botón *Update Simulink Block Parameters*, dentro de *Compensator Editor* y observar mediante el bloque *Scope* la señal obtenida del sistema. Esto es observable en la figuras 4.18 y 4.19.

PID(2) Controller (mask) (link)

Enter Proportional(P), Integral(I), and Derivative(D) and divisor (N) terms.  
 $P+I/s+Ds/(1/Ns+1)$

Parameters

Proportional:

Integral:

Derivative:

Derivative divisor(N):

OK Cancel Help Apply

Figura 4.18. Valores PID

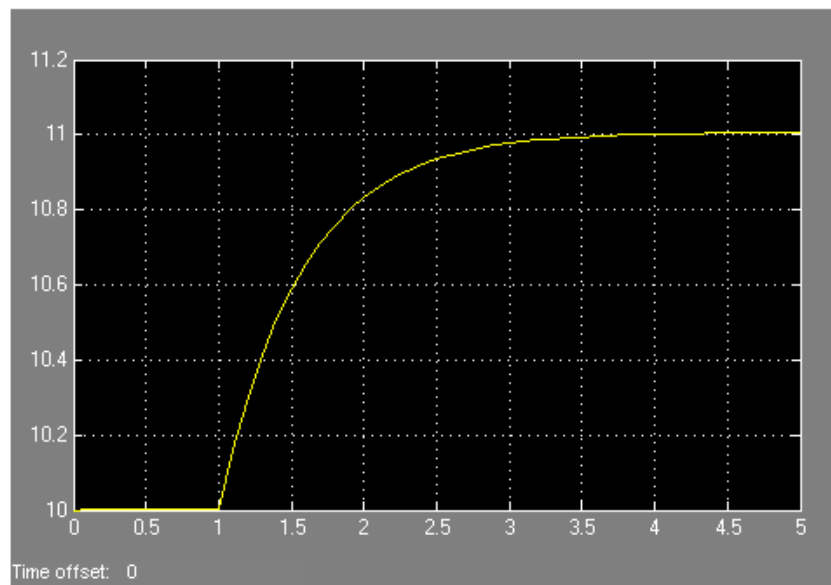


Figura 4.19. Lectura del nivel del tanque



## Capítulo 5. Modelado de un vehículo en Carsim

El quinto capítulo contiene la información necesaria para el modelado de los vehículos y los circuitos mediante el software Carsim, los cuales se utilizan en los ensayos del presente Proyecto.

### 5.1. Introducción

Para la realización de los ensayos oportunos se utiliza el software Carsim, creado por la empresa *Mechanical Simulation Corporation*, usando software originario de la universidad de Míchigan. Este software simula el comportamiento de un vehículo, ya sea tanto un vehículo de pasajeros como camiones ligeros o vehículos de competición, en función de la conducción del conductor en un entorno determinado, pudiendo variar las condiciones del mismo como por ejemplo, el viento, el coeficiente de fricción de la calzada, la geometría del trayecto, etc. Las variables de salida obtenidas del Carsim pueden ser exportadas para un mejor análisis en otros software como Matlab y Excel.

La utilidad de este software reside en la capacidad de representar con gran fidelidad el comportamiento real de los vehículos, ayudando a los analistas a diseñar y desarrollar avanzados test que permitan la selección óptima de componentes, solventar problemas o realizar un exhaustivo análisis del comportamiento de un determinado vehículo. Además, Carsim permite animar las simulaciones a diferentes velocidades para su rápida visualización, con la posibilidad de añadir varios análisis simultáneamente, de forma que se pueda detectar patrones en el comportamiento de los vehículos.

Las principales aplicaciones de Carsim son las siguientes:

- Testear diferentes modelos para identificar problemas o poner a prueba diseños que no muestran fallo.
- Desarrollo de modelos avanzados de control (frenos, estabilidad, tracción, etc) y simular su comportamiento.
- Investigación de mejoras en vehículos introduciendo modelos matemáticos y simulándolos de forma económica.



Carsim proporciona un amplio abanico de vehículos sobre los que realizar ensayos, pero también existe la posibilidad de variar las características de los mismos en función de los requisitos que se quieran abordar. Las posibilidades son muchas, por ejemplo, las dimensiones del vehículo, su centro de gravedad, la aerodinámica, suspensión, etc. Por otro lado, también es posible modificar las condiciones del entorno y las características del conductor como, por puede ser, la velocidad con la que el mismo reacciona frente a un estímulo o conducción sobre hielo. Además, los modelos matemáticos utilizados pueden complementarse utilizando Simulink (Matlab) con lo que se incluyen modificaciones o nuevas características que cambien los modelos de componentes como los neumáticos o frenos.

## 5.2. Modelado del vehículo

Como ya se ha mencionado anteriormente, Carsim es la herramienta que se utiliza para realizar las diferentes simulaciones en el presente Proyecto. Para modelar el vehículo se parte de la ventana principal.

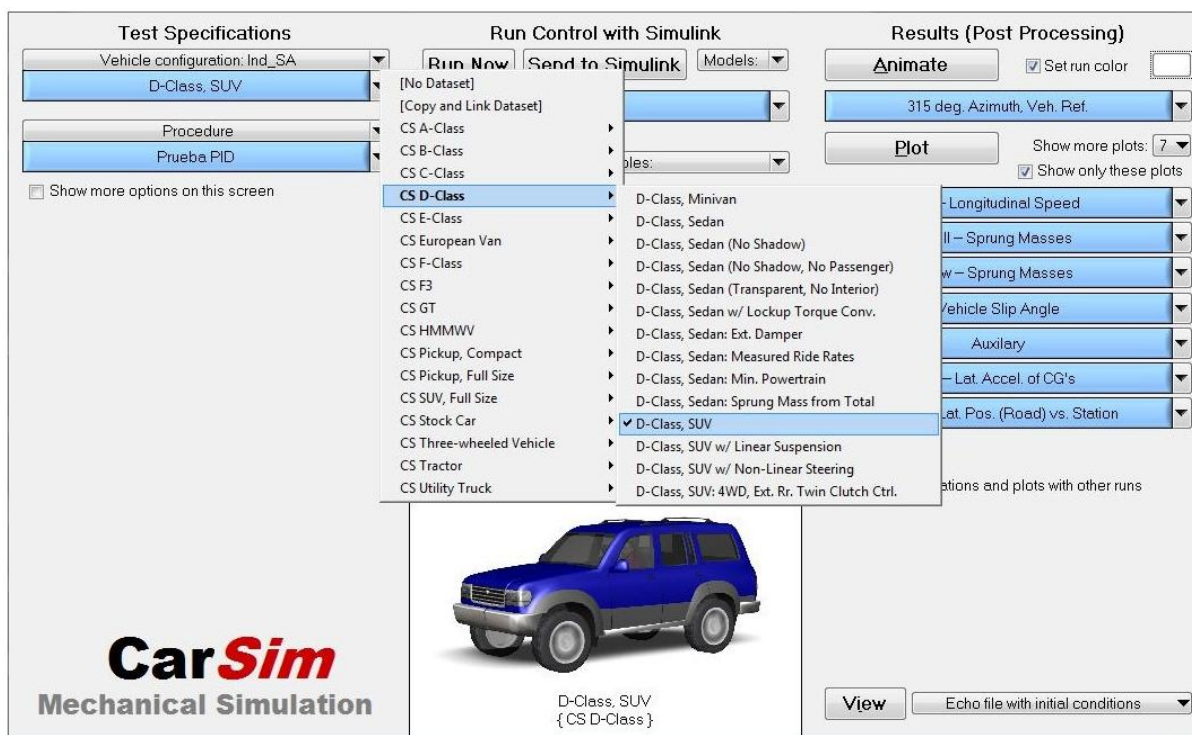
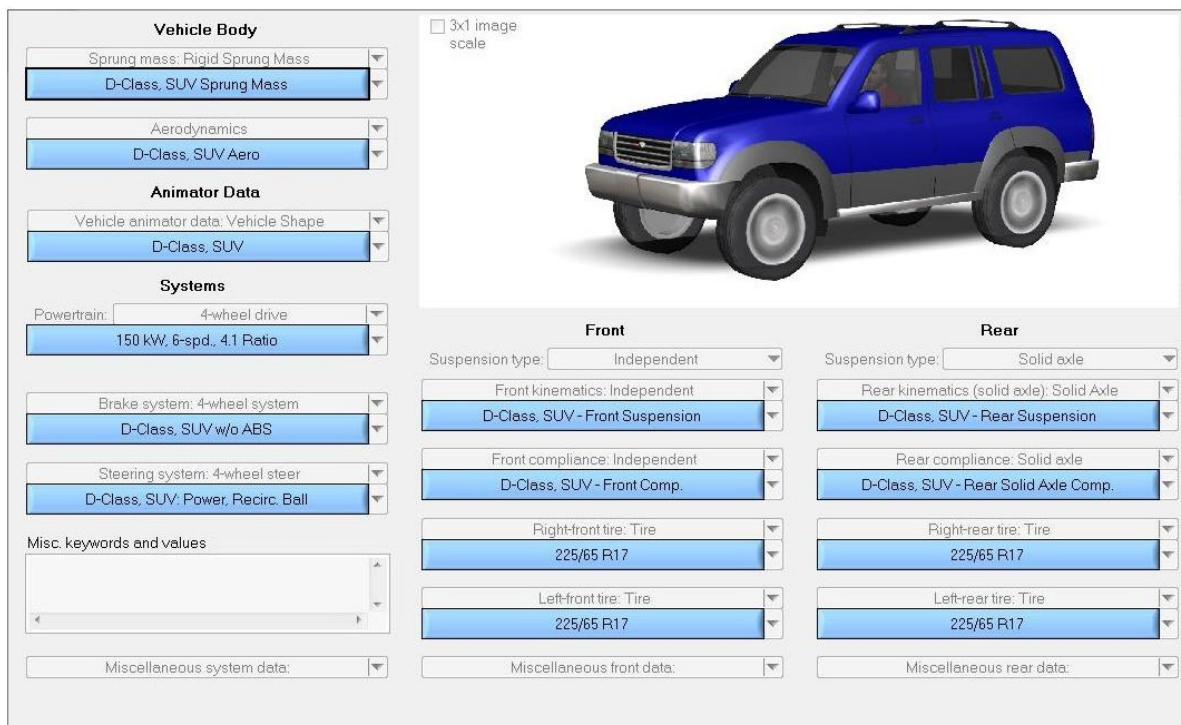


Figura 5.1. Ventana principal Carsim. Selección de vehículo

En el apartado que se encuentra arriba a la izquierda (*Test specifications*) y desplegando la pestaña que se encuentra debajo “*Vehicle configuration*” aparecen diferentes tipos de vehículos a elegir, los cuales, poniendo el cursor encima, despliegan más opciones, figura 5.1.

En el presente proyecto, los ensayos se realizan con el vehículo D-Class, SUV, en el grupo CS D-Class. Para ver las especificaciones de cualquier vehículo seleccionado, es necesario hacer click en el recuadro azul que contiene el nombre del vehículo, en este caso D-Class, SUV. Una vez dentro, aparece una pantalla con múltiples opciones, figura 5.2.



The screenshot displays the Carsim vehicle configuration window. On the left, there are several sections with dropdown menus and buttons for selecting vehicle components. The top section is 'Vehicle Body', followed by 'Animator Data', and 'Systems'. The 'Systems' section includes 'Powertrain', 'Brake system', and 'Steering system'. Below these is a 'Misc. keywords and values' text area and a 'Miscellaneous system data' dropdown. On the right, there is a 3D model of a blue SUV. Below the model, there are two columns of settings for 'Front' and 'Rear' suspension, kinematics, compliance, and tires. Each setting has a dropdown menu with a blue button displaying the selected value.

Section	Parameter	Selected Value
Vehicle Body	Sprung mass: Rigid Sprung Mass	D-Class, SUV Sprung Mass
	Aerodynamics	D-Class, SUV Aero
	Animator Data	Vehicle animator data: Vehicle Shape
Systems	Powertrain	150 kW, 6-spd., 4.1 Ratio
	Brake system: 4-wheel system	D-Class, SUV w/o ABS
	Steering system: 4-wheel steer	D-Class, SUV: Power, Recirc. Ball
Front	Suspension type	Independent
	Front kinematics: Independent	D-Class, SUV - Front Suspension
Rear	Suspension type	Solid axle
	Rear kinematics (solid axle): Solid Axle	D-Class, SUV - Rear Suspension
Front	Front compliance: Independent	D-Class, SUV - Front Comp.
	Right-front tire: Tire	225/65 R17
Rear	Rear compliance: Solid axle	D-Class, SUV - Rear Solid Axle Comp.
	Right-rear tire: Tire	225/65 R17
Front	Left-front tire: Tire	225/65 R17
	Miscellaneous front data	
Rear	Left-rear tire: Tire	225/65 R17
	Miscellaneous rear data	

Figura 5.2. Especificaciones del vehículo en Carsim

Cada pestaña contiene las especificaciones relacionadas con el grupo cuyo nombre aparece en la parte superior de los recuadros azules. Dentro de cada grupo, es posible modificar los parámetros del vehículo. Para realizar variaciones es recomendable crear un nuevo archivo pulsando en el icono “New” de la barra de herramientas para evitar modificar el vehículo que incluye el programa Carsim. La libertad a la hora de realizar modificaciones en los vehículos es amplia, un ejemplo de ello se puede apreciar accediendo al primer recuadro azul (*Sprung mass: Rigid Sprung Mass / D-Class, SUV Sprung Mass*), figura 5.3.

Cada recuadro en blanco, tanto los que se encuentran en el rectángulo en el que aparece el vehículo como los que aparecen debajo, pueden ser modificados para variar las características del vehículo. Lógicamente, los cambios realizados en esta pantalla repercuten sobre los resultados que se obtienen en la simulación del vehículo.

All dimensions and coordinates are in millimeters

Height for animator: 1679

Width for animator: 1820

Left: 360 Right: 360

Mass center of sprung mass: 1050, 670

Lateral coordinate of sprung mass center: 0

Lateral coordinate of hitch: 0

Sprung mass coordinate system

2619

3725

550

The inertial properties are for the sprung mass in the design configuration, with no additional loading.

When this is checked, more detailed math models are used.

☐ Edit radii of gyration

☐ Frame Torsional Flexibility

Sprung mass: 1429 kg

Roll inertia (Ixx): 377.1 kg-m²

Pitch inertia (Iyy): 1765 kg-m²

Yaw inertia (Izz): 1765 kg-m²

Product (Ixy): 0 kg-m²

Product (Ixz): 0 kg-m²

Product (Iyz): 0 kg-m²

Rx: 0.514 m

Ry: 1.111 m

Rz: 1.111 m

Inertia and radius of gyration are related by the equation:  $I = M \cdot R^2$

Figura 5.3. Ventana de especificaciones de dimensiones del vehículo

En el presente Proyecto, la elección de este vehículo se realiza por las dimensiones y altura del centro de gravedad, lo que provoca mayor inestabilidad en la conducción y fuerza al controlador PID a realizar mayores correcciones en el vehículo.

Una vez determinados los parámetros del vehículo, se continúa con las características del ensayo: duración del mismo, velocidad, trazado, condición de la carretera, etc. Para ello aparecen diferentes grupos de test que se pueden realizar. En función de las características esperadas de un circuito, se despliega uno u otro grupo. Existe la posibilidad de poder seleccionar un circuito contenido en Carsim o que el usuario cree uno propio. En este caso se selecciona el circuito “Prueba PID”, dentro del grupo “*Handling testing*” (creado previamente), figura 5.4, para analizar las características del mismo. Para acceder a las mismas, basta con hacer click en el recuadro azul “Prueba PID”.

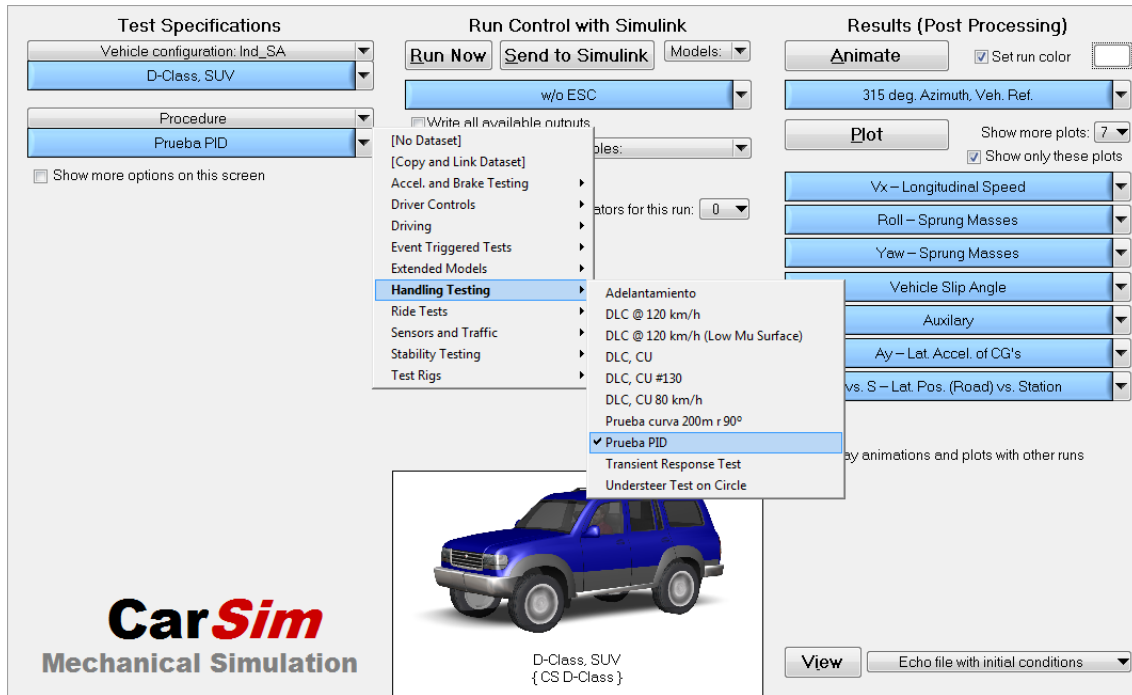


Figura 5.4. Selección de circuito

Accediendo al circuito “Prueba PID” aparecen nuevas opciones que permiten ajustar el comportamiento del conductor y del vehículo, así como las características de la carretera. La figura 5.5 muestra la ventana que aparece y los detalles de la misma se exponen a continuación [13]:

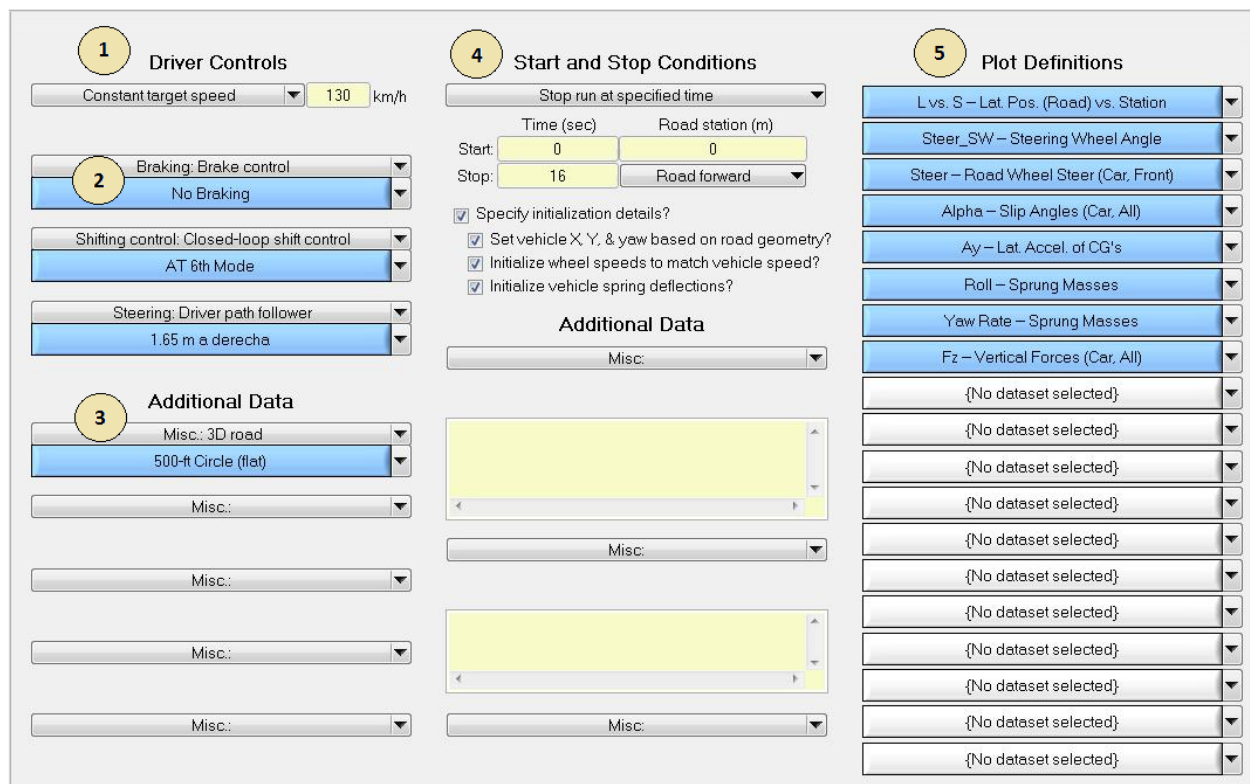


Figura 5.5. Ventana “Prueba PID”

1. *Driver Controls*. Velocidad / Opciones de aceleración: esta pestaña desplegable contiene opciones para el control de la velocidad del vehículo. Además, en el recuadro de la derecha se puede especificar la velocidad a la que se desea que el vehículo circule.
2. *Driver Controls*. En estos tres recuadros azules se encuentran las opciones relativas a los frenos, caja de cambios y dirección del vehículo. De las tres, solo se modifica la última, "*Steering: Driver path follower*", para la realización de los ensayos. Dentro de este último recuadro aparece una nueva ventana en la que se determina por donde debe circular el vehículo (1.65 m a la derecha de la línea que separa ambos carriles, figura 5.6. El valor negativo observado en la figura se debe a que la distancia se mide hacia la izquierda y se desea especificar 1,65 metros a derecha) y las características del conductor.

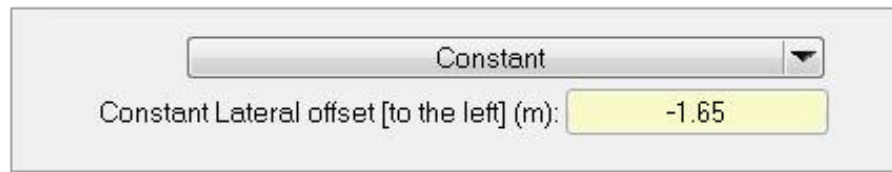


Figura 5.6. Trazado del vehículo

Para simular la respuesta de un conductor real, se utilizan dos parámetros, figura 5.7, [14]:

Driver preview time:	1.5	sec	Low-speed dynamic limit:	10	km/h
			Maximum steering wheel angle:	720	deg
Driver time lag:	0.15	sec	Max. steering wheel angle rate:	1200	deg/sec

Figura 5.7. Parámetros conductor real

- *Driver preview time*: el tiempo que tarda el conductor actuar a partir del momento en el que observa un acontecimiento. Un valor realista toma valores alrededor de 1.5 segundos [14]. Puede definirse como un valor constante o en una tabla no lineal de valores que relaciona el tiempo de reacción del conductor con la velocidad del vehículo.
- *Driver time lag*: es el tiempo que tarda en producirse el ángulo de giro en el volante generado por el conductor, simula el retraso neuromuscular

en las personas. Un valor realista se sitúa en torno a los 0.15 segundos [14]. Valores más elevados se utilizan para simular malos conductores.

El resto de valores no se modifican para la realización de los diferentes ensayos. Su significado es el siguiente:

- *Low-speed dynamic limit*: en los casos en los que el valor de “*Driver preview time*” no sea constante, se utiliza el valor de “*Low-speed dynamic limit*” para obtenerlo.
  - *Maximum steering Wheel angle*: es el máximo ángulo de giro puede realizar el conductor.
  - *Maximum steering wheel angle rate*: es la cantidad máxima de ángulos que puede girar el conductor por segundo.
3. *Additional Data*. Desplegando la pestaña “Misc”, aparecen diferentes opciones en las que se puede variar las condiciones de la carretera (trazado, peralte, coeficiente de rozamiento, etc), añadir eventos a la simulación, mostrar los esfuerzos en los neumáticos mientras se realiza la simulación, entre otras opciones. Es en este grupo es donde se crea el circuito para su posterior simulación, más adelante se desarrolla con detalle este apartado.
4. *Start and Stop Conditions*. La duración de la simulación, así como el punto de partida del vehículo, tanto temporal como espacial, se ajusta en las opciones que se muestran en la figura 5.8.



	Time (sec)	Road station (m)
Start:	0	0
Stop:	16	Road forward

Figura 5.8. Configuración de la duración de la simulación

Debajo de lo mostrado en la figura 5.8, aparecen una serie de opciones que aparecen una vez se marca la casilla "*Specify initialization details?*". Marcando la casilla de estas opciones se obtienen los siguientes resultados:

- *Set vehicle X, Y, & yaw based on road geometry*: el vehículo se sitúa en el lugar especificado y alineado en la dirección de la carretera.
- *Initialize wheel speeds to match vehicle speed*: el vehículo comienza el recorrido a la velocidad que se ha especificado.
- *Initialize vehicle spring deflections*: se calculan las variaciones de la suspensión en función de la posición y velocidad especificada.

5. *Plot definitions*. Una vez realizada la simulación, para poder analizar los datos de manera efectiva, Carsim, pone a disposición del usuario un gran número de gráficas en las que comparar los datos y permitir un mejor análisis de los mismos.

### 5.3. Modelado de la carretera

La selección o creación de la carretera se realiza desde el punto 3 de la figura 5.5 como se expuso anteriormente. Para ello se despliega la pestaña "*Misc*", se coloca el cursor sobre el subgrupo "*Roads*" y se selecciona el tipo de carretera que se desee, para el presente Proyecto se selecciona "*Road: 3D surface*". El procedimiento se observa en la figura 5.9.

Una vez seleccionado el grupo "*Road: 3D Surface*" aparecen nuevas opciones en el recuadro inferior, el cual, si es desplegado, mostrará diferentes grupos de carreteras para simular. Al igual que las características de los vehículos, estas carreteras pueden usarse de la forma en la que aparecen o por otro lado pueden modificarse sus características para crear una nueva carretera. Para entrar en las características de las carreteras, primero se selecciona una de ellas y, posteriormente, se accede haciendo click en el recuadro azul con su nombre. Como ejemplo, se utiliza la carretera con el



nombre “500-ft circle (flat)” que se encuentra en el grupo “Handling Roads”. Procedimiento en figura 5.10.

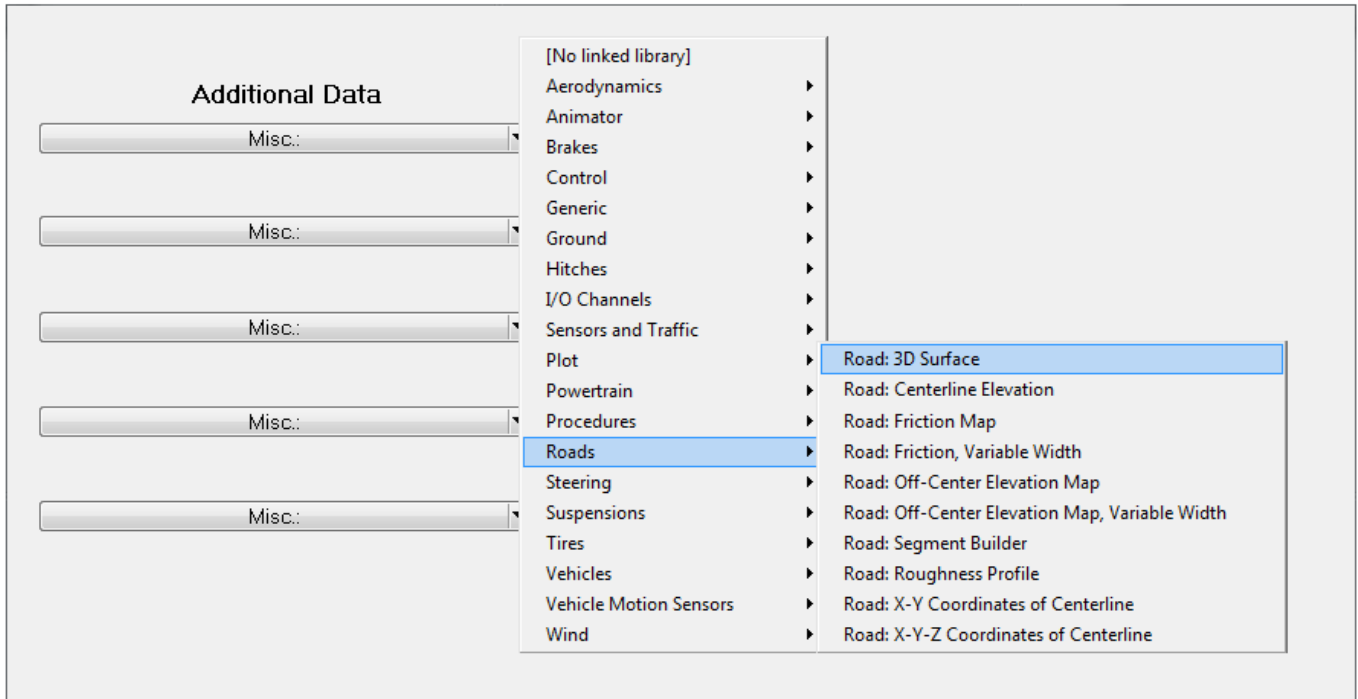


Figura 5.9. Selección del tipo de carretera

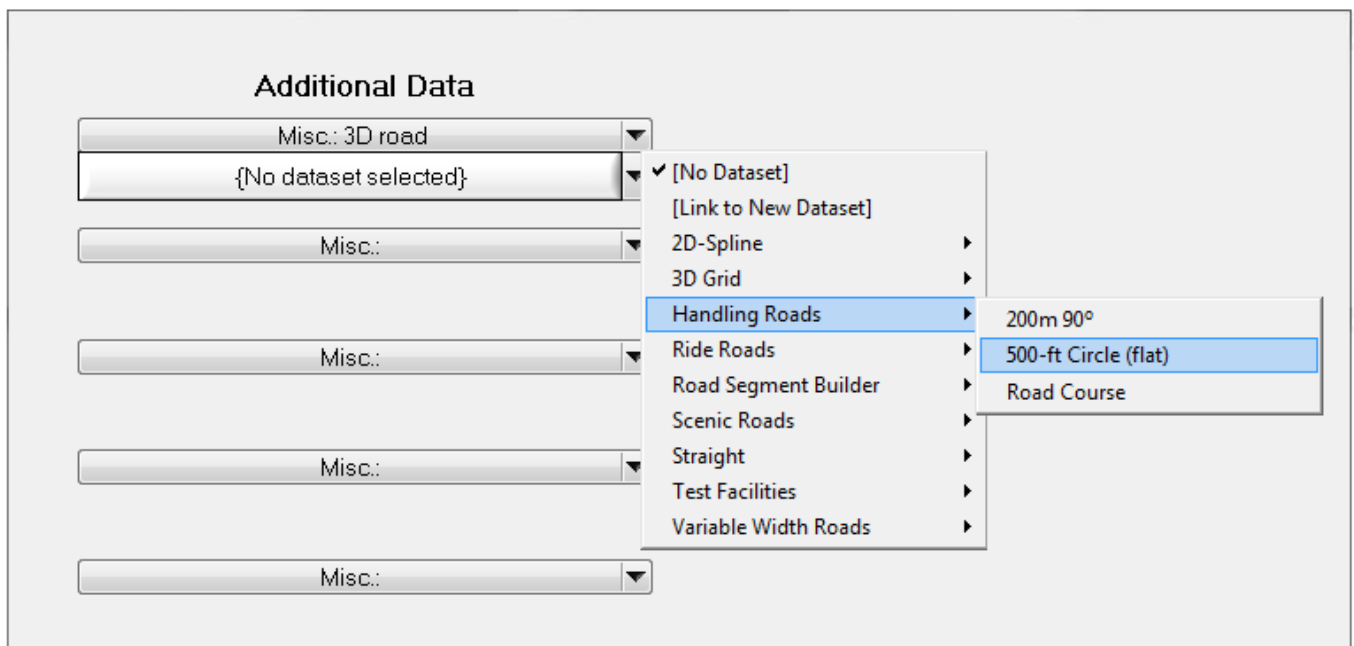


Figura 5.10. Selección de la carretera

Desde el recuadro azul que contiene el nombre de la carretera se accede a las características de la misma. La ventana que aparece es la mostrada en la figura 5.11.



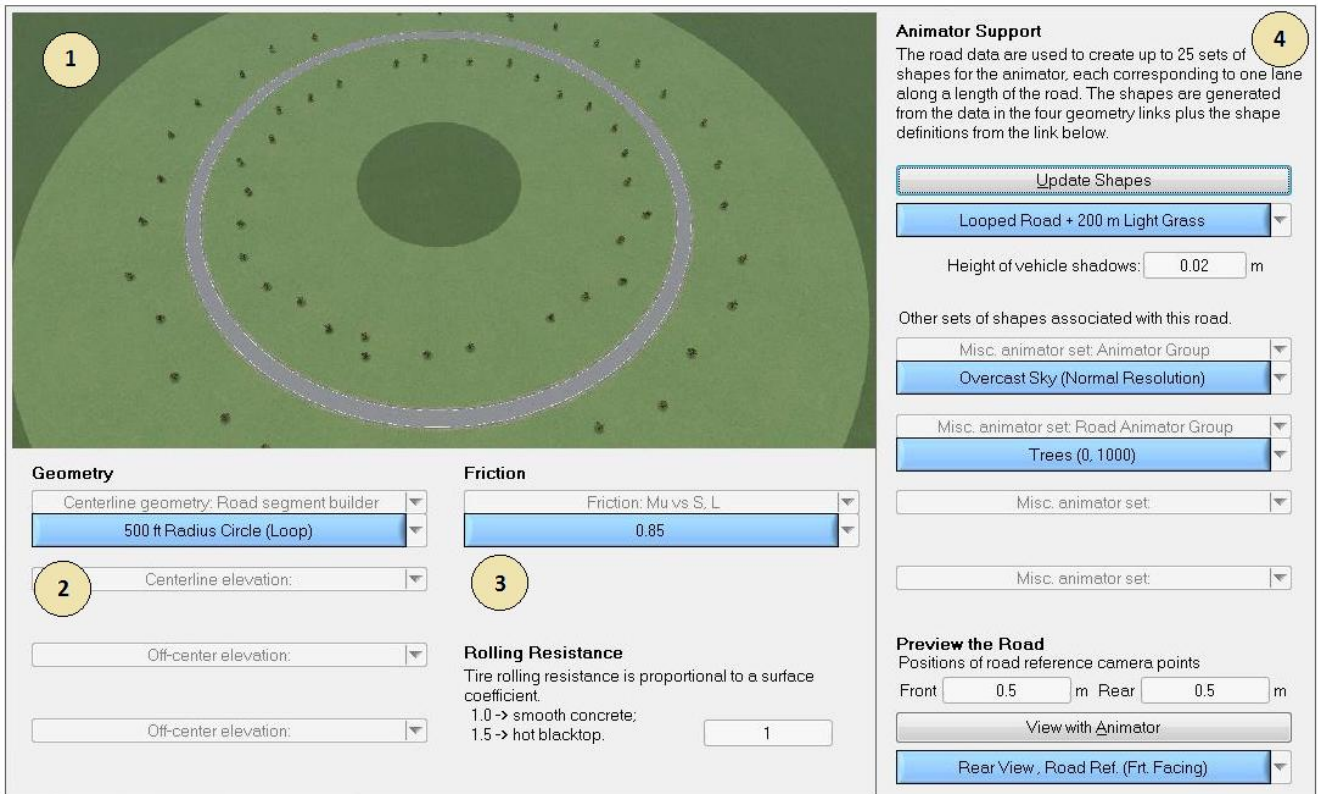


Figura 5.11. Características de la carretera

En esta ventana aparecen todas las opciones relacionadas con la carretera. Algunas de ellas no afectan al comportamiento del vehículo, como pueden ser las que modifican el visualmente el entorno donde circula el vehículo. A continuación, se explica brevemente el contenido de la figura.

1. En la ventana aparece una gran imagen con la vista preliminar del circuito. Esta imagen puede ser cambiada por otra a elección del usuario dentro del editor de la carretera.
2. *Geometry*. Bajo este encabezamiento se engloban todas las especificaciones del trazado que sigue la carretera, así como las características geométricas e la misma. Para realizar la edición de las características es necesario hacer click en el recuadro azul que contiene el nombre de la carretera. Esto se explica más adelante en el presente proyecto.

3. *Friction*. Las características del asfalto relacionadas con la fricción y con la resistencia a la rodadura se modifican en esta sección. Son las únicas opciones que aparecen para ser modificadas en este grupo.
4. *Animation Support y Preview the Road*: en este apartado se sitúan todas las características que afectan al aspecto visual de la simulación. Entre sus opciones, se encuentran las siguientes: elegir el número de árboles, climatología, entorno por donde transita el vehículo (un poblado, montaña, acantilado), posición de las cámaras, proyección de sombras, etc.

### 5.3.1. Edición de carreteras

La edición de las carreteras se realiza accediendo al recuadro azul que contiene el nombre de la carretera (ver punto 2, figura 5.11). Al acceder, aparece la ventana que se muestra en la figura 5.12.

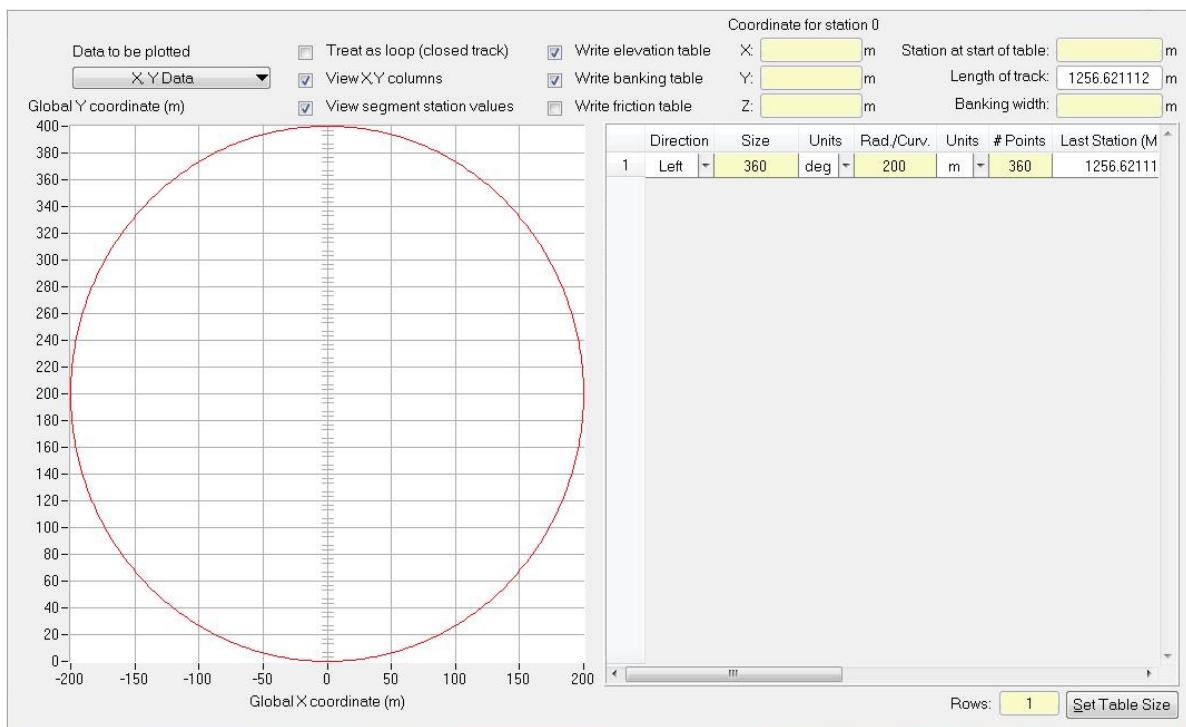


Figura 5.12. Edición de carretera I

Se observa, en el lado izquierdo, el trazado de la carretera sobre el eje X-Y. Si la carretera tiene zonas de elevación o descenso pueden ser observadas cambiando el eje de datos en la pestaña superior.

Lo más importante de la ventana se encuentra en el recuadro derecho, donde se encuentra el editor de la carretera. Para crear los segmentos de la carretera se realizan los siguientes pasos:

1. Determinar el número de segmentos en los que se divide la carretera. Pueden añadirse o eliminarse segmentos posteriormente. Para ello, se introduce el número de segmentos y se pulsa en el botón “*Set Table Size*” (por ejemplo 10), figura 5.13.



Figura 5.13. Edición de carretera II

2. Rellenar los siguientes apartados con los valores oportunos:
  - *Direction*: dirección que tomará el giro (izquierda, derecha, de frente).
  - *Size*: longitud o grados del segmento.
  - *Units*: selecciona las unidades del valor *Size*, pudiendo ser grados o metros.
  - *Rad./Curv.*: radio de la curva en el supuesto en el que la dirección del segmento no sea una línea recta.
  - *Units*: unidades del valor *Rad./Curv.*, pudiendo ser en metros o la inversa de metros.
  - *#Points*: número de divisiones en las que se divide el segmento.

Para todos los circuitos incluidos en el presente Proyecto, sólo es necesario rellenar los apartados expuestos previamente. El resto de opciones, que permite Carsim, se relacionan con la elevación de la carretera, diferentes valores del coeficiente de rozamiento en el mismo segmento (para simular un charco en un lateral de la carretera) o el peralte de la curva, que no se utiliza en las simulaciones por contribuir a la estabilidad del vehículo.

Las casillas que aparecen en la parte superior, habilitan o deshabilitan opciones en la tabla de edición, como la elevación, coeficiente de fricción o peralte. El parámetro “*Length of Track*” es calculado automáticamente por Carsim. Un ejemplo de las

posibilidades que ofrece el editor en la creación de circuitos se aprecia en la figura 5.14.

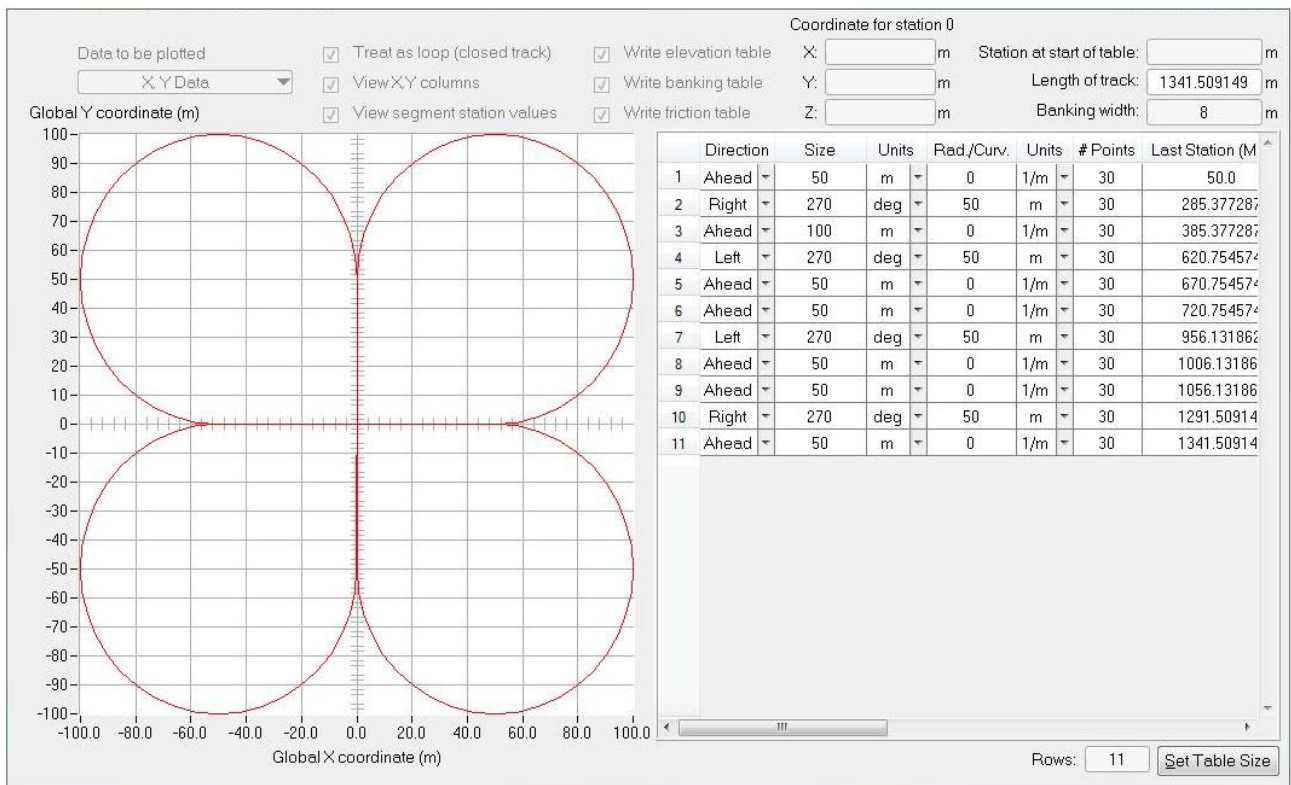


Figura 5.14. Carretera en Carsim

## Capítulo 6. Desarrollo del controlador PID

Los diferentes ajustes realizados al controlador en Simulink, así como la especificación de los circuitos se realizan en este capítulo.

### 6.1. Tipos de ensayos y configuración

A razón de determinar los valores óptimos del controlador PID y realizar un correcto análisis se simulan diferentes ensayos. Globalmente, se pueden considerar dos tipos de ensayos:

- PID actuando sobre los frenos.
- PID actuando sobre la dirección.

Cada uno de estos ensayos se compone de siete simulaciones:

1. Circunferencia de radio 152 metros a 110 km/h.
2. Circunferencia de radio 152 metros a 130 km/h.
3. Curva a 90° de 200 metros de radio a 110 km/h.
4. Curva a 90° de 200 metros de radio a 130 km/h.
5. Test doble cambio de línea a 50 km/h.
6. Test doble cambio de línea a 80 km/h.
7. Test doble cambio de línea a altas velocidades, 120 km/h.

El punto de partida para comenzar a obtener los valores del PID proviene del controlador ESC de Carsim. Abriendo el modelo del vehículo en Simulink se observa que el controlador ESC contiene un bloque de ganancia “*P\_Controller*” cuyo valor es  $Par\_Kp$ , figura 6.1.

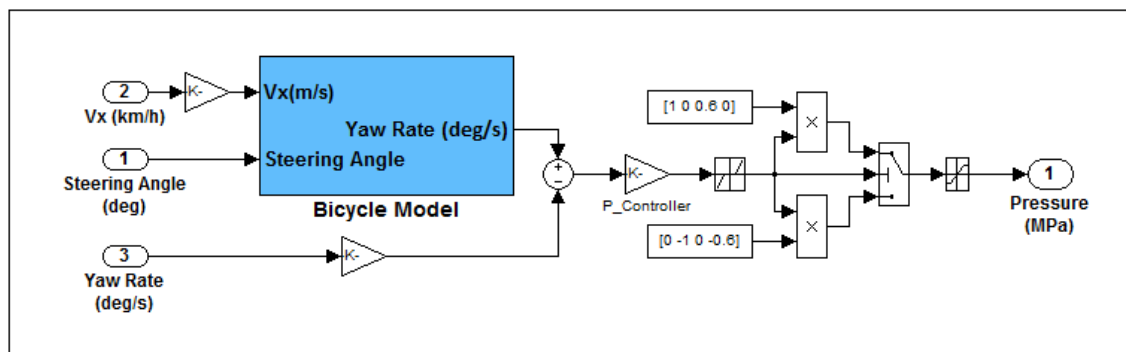


Figura 6.1. Controlador ESC en Simulink

Analizando el bloque, se obtiene el valor de  $Par\_Kp = 37$ , es decir, el controlador ESC contiene bloque ganancia que actúa como un PID cuyos valores proporcional, integral y derivativo son respectivamente,  $P = 37$ ,  $I = 0$  y  $D = 0$ . Este bloque de ganancia es sustituido por el controlador PID para realizar los ensayos.

En función de si, en los ensayos, el PID actúa sobre los frenos o sobre la dirección, la configuración del sistema en Simulink es diferente. Los ajustes previos a la realización de los ensayos se explican a continuación.

## 6.2. Configuración del PID

Para la configuración del PID es necesario el ajuste del sistema en Simulink en función del tipo de ensayo. Independientemente del tipo de ensayo, el sistema donde se ajusta el controlador se localiza dentro del bloque “*Electronic Stability Controller*”, mostrado en la figura 6.2. Una vez dentro, se realizan los diferentes ajustes.

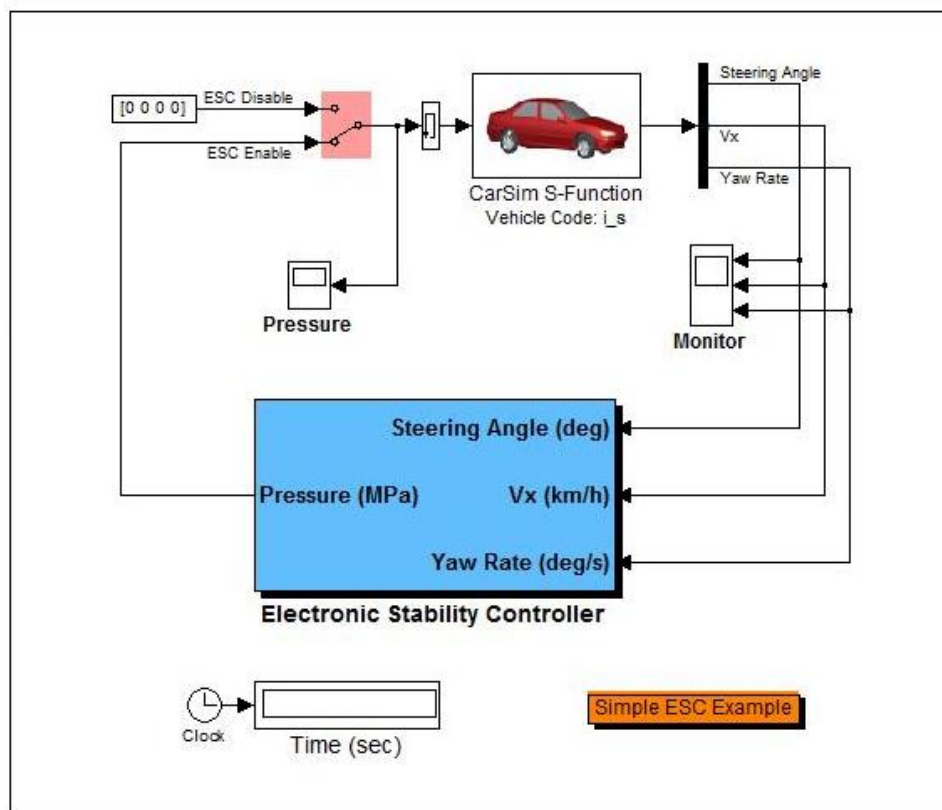


Figura 6.2. Ventana principal del vehículo en Simulink

### 6.2.1. Configuración del PID actuando sobre los frenos

Debido a que el controlador ESC actúa sobre los frenos, al igual que el PID en este caso, el ajuste resulta muy simple. Basta, únicamente, con intercambiar el bloque de ganancia “*P\_Controller*” por el bloque “*PID controller (with Approximate Derivative)*” que se localiza dentro de la biblioteca de bloques, en el apartado *Simulink Extras/Additional linear*. Por tanto, el sistema en Simulink del controlador PID es el mostrado en la figura 6.3.

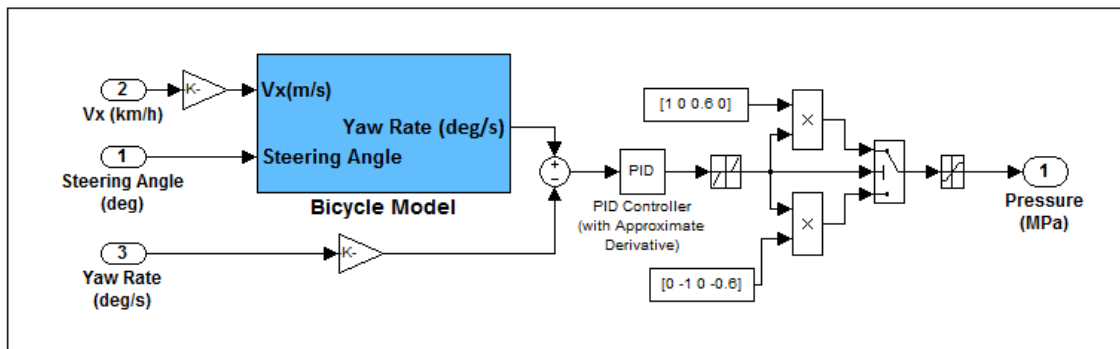


Figura 6.3. Sistema de control de frenos en Simulink

Los vectores  $[1, 0, 0.6, 0]$  y  $[0, -1, 0, -0.6]$  que aparecen en la figura 6.3, limitan el esfuerzo máximo que aplican los frenos a cada una de las ruedas, en función de la información que parte del controlador PID.

### 6.2.2. Configuración del PID actuando sobre la dirección

En el caso del controlador que actúa sobre la dirección el ajuste no es tan simple como en el caso de los frenos. Los ajustes se realizan tanto en el programa Carsim como en el sistema Simulink. Para ello se realizan los siguientes pasos:

1. Es necesaria la creación de un modelo nuevo porque la finalidad es controlar el giro del volante y no los frenos. Para ello, se accede a la ventana del controlador (en este caso ESC control) en el apartado “*Run Control with Simulink*” y se crea un nuevo archivo para evitar modificar el controlador ESC de Carsim.



Dentro de la ventana del controlador se aprecia el recuadro azul con el nombre de ESC Import. Se accede a él para continuar con el ajuste. Procedimiento en figuras 6.4 y 6.5.

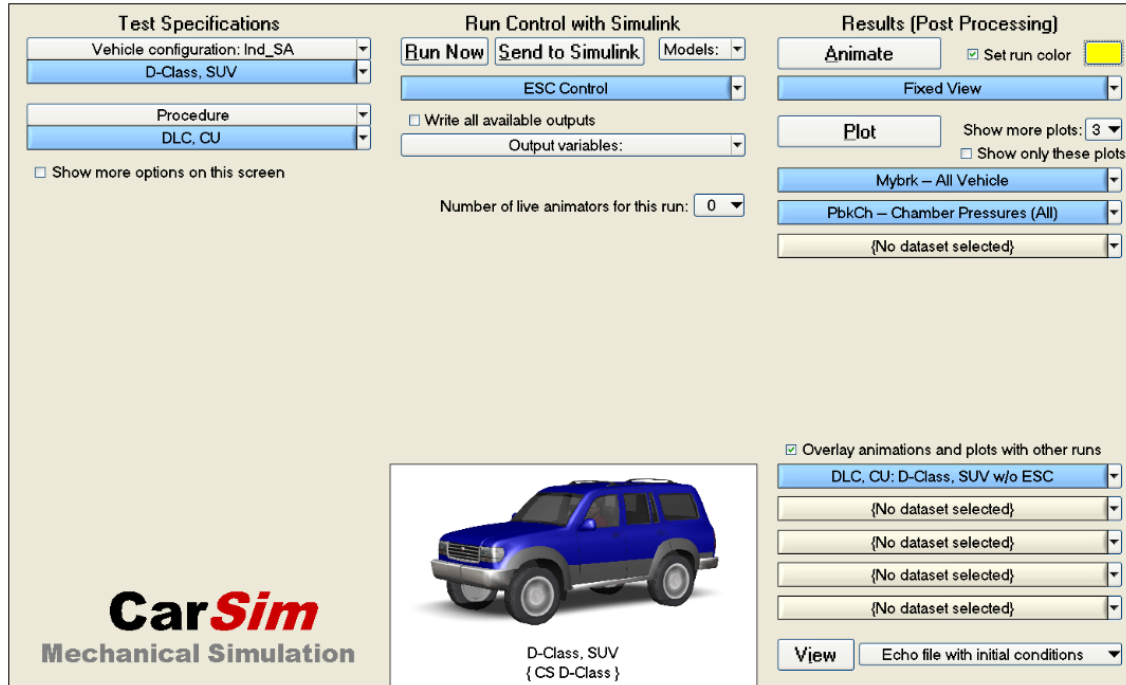


Figura 6.4. Ventana principal en Carsim

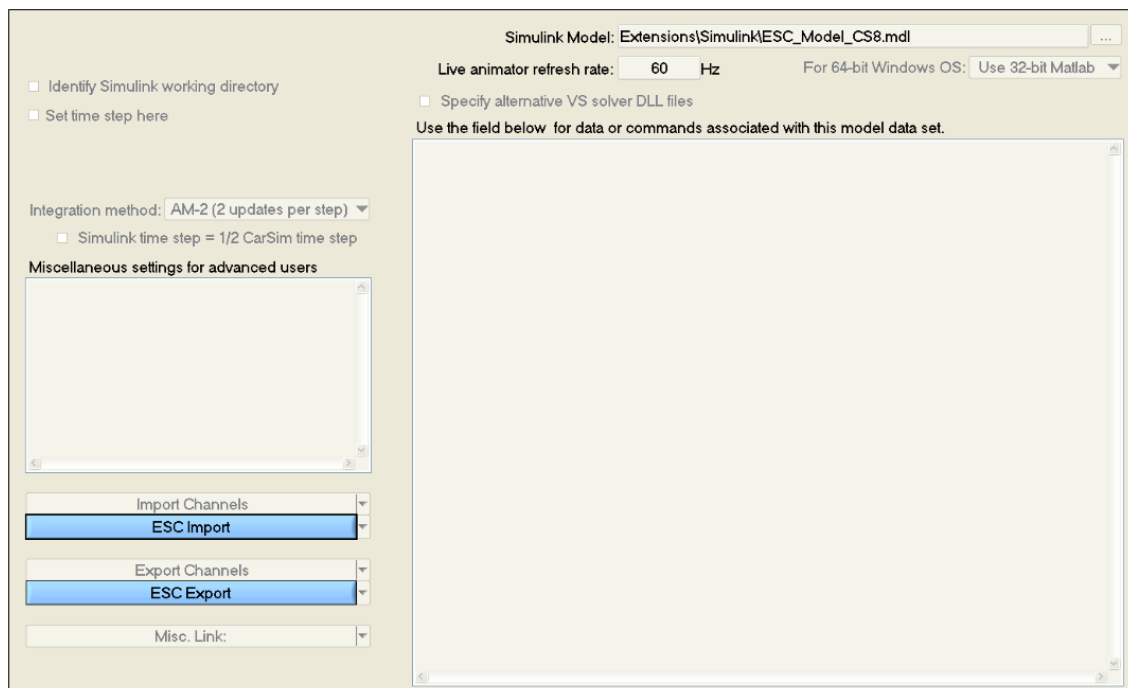


Figura 6.5. Ventana del controlador

2. Dentro de la ventana que se muestra en la figura 6.6, es necesario pulsar en el botón “Refresh”, arriba a la derecha. Una vez hecho, se selecciona la categoría Steering en la parte izquierda, (ver los pasos en la figura 6.6).

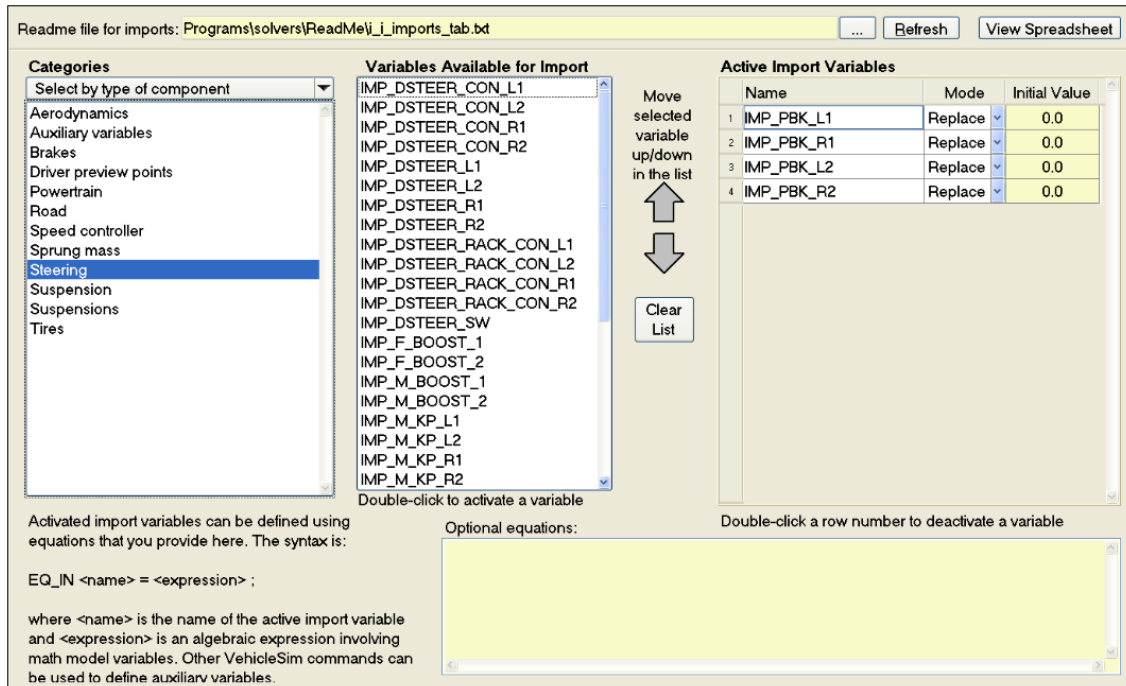


Figura 6.6. Ventana ESC Import

Una vez seleccionada la categoría Steering, en el grupo “Variables Available for Import” se busca en la parte baja la variable IMP\_STEER\_SW y se pincha dos veces en ella para que aparezca en la lista de la derecha. Dicha lista debe aparecer como se muestra en la figura 6.7.

	Name	Mode	Initial Value
1	IMP_PBK_L1	Replace	0.0
2	IMP_PBK_R1	Replace	0.0
3	IMP_PBK_L2	Replace	0.0
4	IMP_PBK_R2	Replace	0.0
5	IMP_STEER_SW	Replace	0.0

Double-click a row number to deactivate a variable

Figura 6.7. Lista de variables activas a importar

De las variables que aparecen sólo es necesaria la variable que se añadió previamente, IMP\_STEER\_SW, por lo cual es necesario eliminar de esta lista el resto de variables haciendo doble click en cada una de ellas.

La última acción a realizar consiste en abrir la pestaña desplegable y cambiar la acción “Replace” por “Add”. Finalmente, la lista queda como se muestra en la figura 6.8.

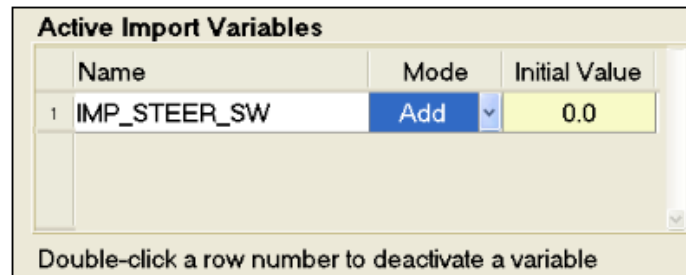


Figura 6.8. Contenido final de variables a importar

Se guardan los cambios y los ajustes en Carsim estarían finalizados.

Esta serie de pasos se realizan con la finalidad de realizar correcciones en el giro del volante que ejecuta el conductor. De esta manera, el conductor conduce y se corrige su maniobra suavemente de forma que no perciba que su trazada está siendo modificada. Los siguientes pasos se realizan en el sistema Simulink y se describen a continuación.

3. El primero de los pasos en Simulink es cambiar la salida del bloque azul por “*Steering Angle Correction*” puesto que es el parámetro que se obtiene ahora. También es necesario modificar las dimensiones de la matriz “*ESC Disable*” para que no aparezcan errores de dimensiones. El sistema debe quedar como aparece en la figura 6.9.
4. Cambiados los nombres y dimensiones se procede a modificar el bloque azul accediendo a él. En la figura 6.10 se aprecia el sistema completo. Los ajustes realizados son los siguientes:
  - Intercambio de los vectores  $[1, 0, 0.6, 0]$  y  $[0, -1, 0, -0.6]$  por  $[1]$  y  $[-1]$  respectivamente. Estos vectores eran los que regulaban la frenada en el

controlador ESC, en este caso no se requiere de dicha regulación, por tanto pasan a tener valor 1 y -1.

- Grandes correcciones en las maniobras del vehículo puede provocar que el conductor sienta que no tiene control sobre el su vehículo. Para evitar esto, la máxima corrección en la maniobra (medida en grados) se limita a un máximo del 5% del ángulo de giro actual. Para ello se utiliza el bloque de saturación dinámica, cuyo valor superior es el resultado de multiplicar el valor de entrada "Steering Angle" por 0.05 y el valor inferior es el resultado de multiplicar el valor "Steering Angle" por -0.05. De este modo, la corrección se mantiene dentro del umbral requerido.

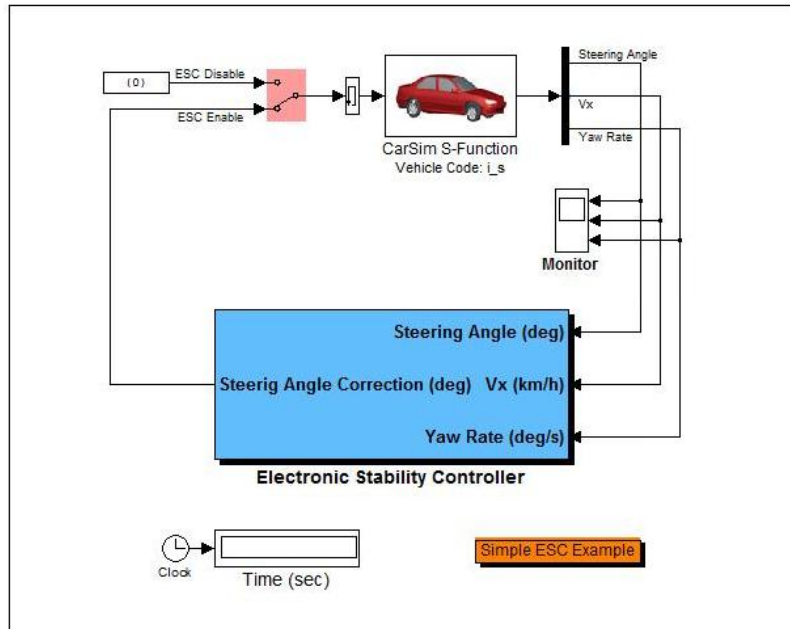


Figura 6.9. Ventana principal en Simulink del controlador de dirección

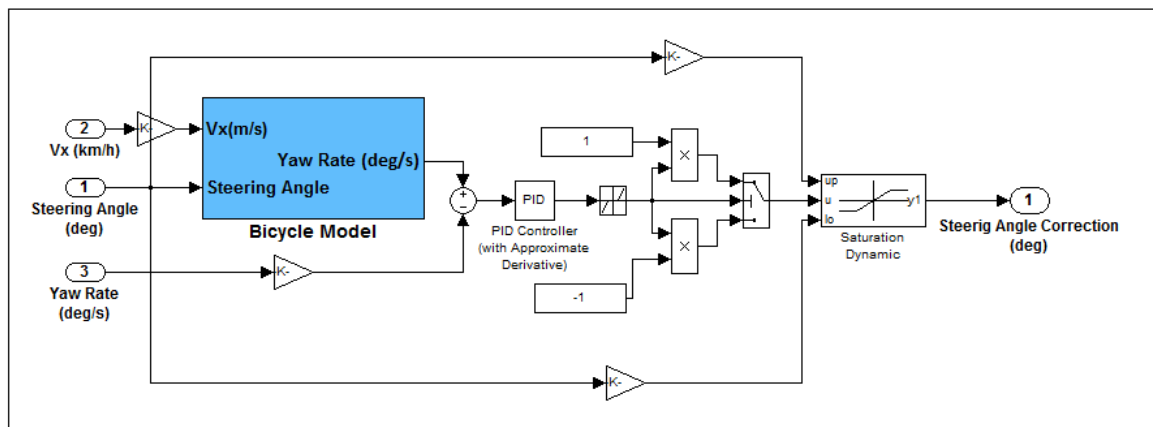


Figura 6.10. Sistema en Simulink del controlador de dirección

Realizados los ajustes correspondientes para cada tipo de ensayo, solo queda realizar las simulaciones y obtener los datos para analizar el funcionamiento del controlador PID.



## Capítulo 7. Simulación y resultados

Los resultados obtenidos de las diferentes simulaciones se plasman en el capítulo 7. Además, se analizan dichas simulaciones valorando los resultados.

### 7.1. Introducción

Como se expuso anteriormente, el ajuste del controlador se realiza manualmente, analizando el comportamiento del vehículo. En primera instancia, se busca el valor Proporcional con el que se obtienen los mejores resultados. Una vez fijado este valor, comienza la búsqueda del parámetro Integrador. Cuando los valores Proporcional e Integrador han sido hallados, se fijan ambos y se trata de mejorar el comportamiento del vehículo con el valor Derivativo.

Tras localizar aproximadamente los tres valores del controlador PID, éste es simulado y analizado junto a otros dos vehículos, uno de los cuales incorpora un controlador ESC y el otro no incorpora ningún tipo de controlador.

Cada uno de los ensayos realizados, mostrados en el apartado 6.1., se analiza mediante la elección de 5 gráficas que muestra el programa Carsim. Además, también se compara el error cometido en la trazada del vehículo de ambos controladores al final de las simulaciones.

El primer circuito consiste en una curva de radio constante que se cierra formando una circunferencia. La velocidad en este ensayo es de 110 km/h y 130 km/h. Figura 7.1.



Figura 7.1. Circuito circunferencia 152 m de radio



El segundo circuito consta de una curva a 90° de 200 metros de radio cuya velocidad se fija en 110 km/h y 130 km/h. Este segundo circuito realiza una maniobra más suave que la del primer circuito. La maniobra especificada se realiza en el circuito de la figura 7.2.



Figura 7.2. Circuito curva a 90° y 200 m de radio

El circuito más brusco es el que realiza el doble cambio de línea a 50 km/h y 80 km/h y es donde los controladores más dificultades encuentran para mantener el vehículo en el trazado. Ver circuito en la figura 7.3.

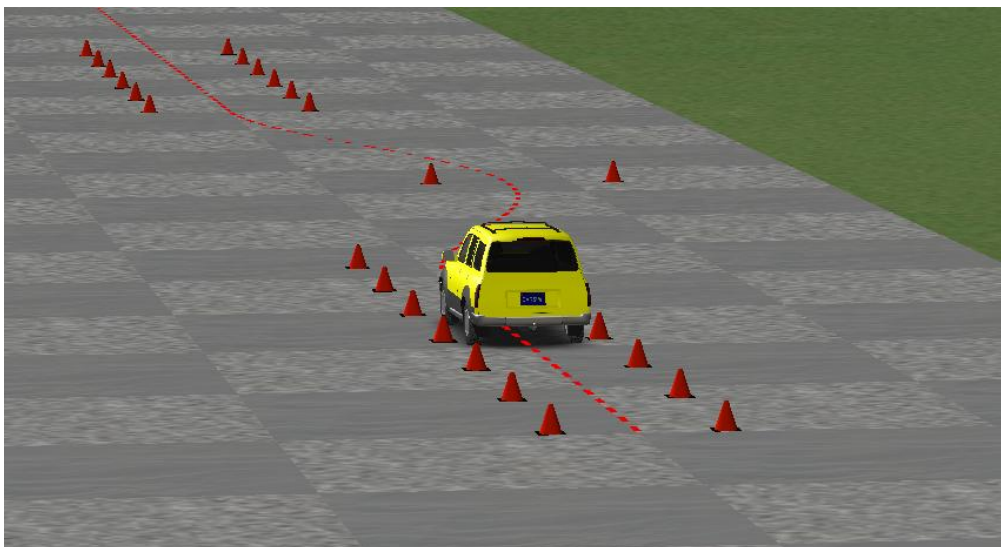


Figura 7.3. Circuito doble cambio de línea

El último circuito es un doble cambio de línea más suave. La velocidad se fija en 120 km/h y los vehículos no son sometidos a una maniobra brusca. Se observa este circuito en la figura 7.4.

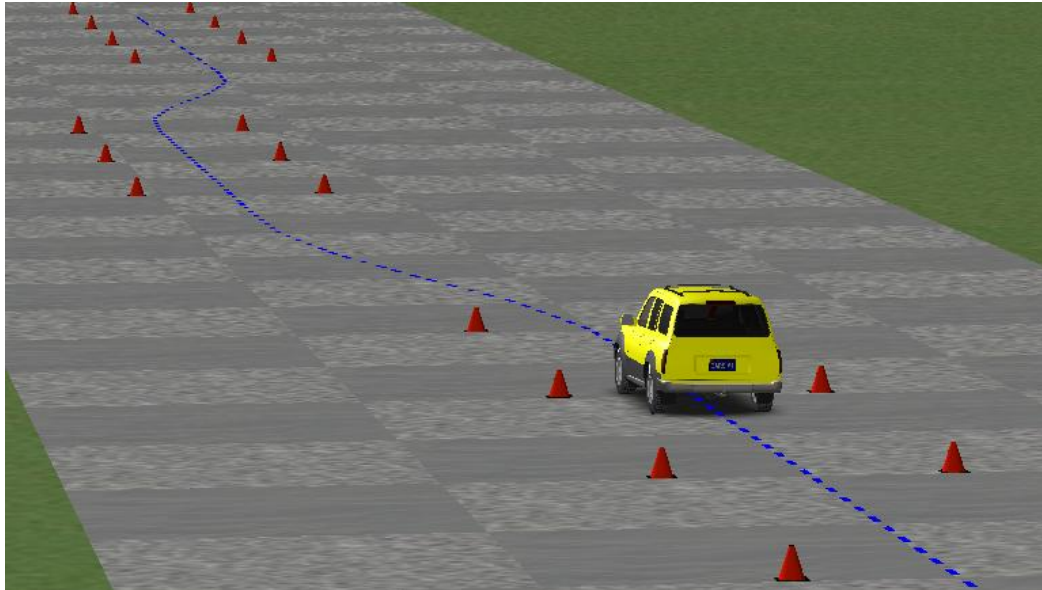


Figura 7.4. Circuito doble cambio de línea a alta

En los circuitos mostrados en las figuras anteriores se realizan los correspondientes ensayos de los que se obtienen los diferentes datos que permitan analizar el comportamiento de los controladores. Los datos a analizar en las gráficas son los siguientes:

- Desplazamiento lateral ( $m$ ).
- Ángulo de guiñada ( $^{\circ}/s$ ).
- Ángulo de deslizamiento ( $^{\circ}$ ).
- Aceleración lateral ( $m/s^2$ ).
- Velocidad longitudinal ( $m/s$ ).

Con la información obtenida de las gráficas anteriores se analiza el comportamiento del vehículo y permiten observar las mejoras producidas por el controlador en la trazada del vehículo.

A continuación, se exponen las gráficas obtenidas con el mejor PID hallado en los diferentes ensayos, para el PID actuando sobre los frenos y sobre la dirección, así como su valoración tras ser analizadas.

## 7.2. Simulación

Este apartado contiene las gráficas correspondientes a los diferentes ensayos que se realizan en Carsim. Estas gráficas se encuentran separadas en dos grupos, dependiendo de la actuación del controlador PID. El vehículo que utiliza el controlador del Carsim es denominado en las gráficas como vehículo con ESC. Las gráficas del desplazamiento lateral en los dobles cambio de línea muestran el trayecto del circuito para facilitar el análisis, el resto de gráficas, muestra el desplazamiento únicamente.

### 7.2.1. Ensayos PID actuando sobre los frenos

El primer grupo de gráficas contiene los diferentes ensayos en los que el PID actúa controlando los frenos. El resultado se observa a continuación.

#### 7.2.1.1. Circunferencia de radio 152 metros a 110 km/h

El primero de los ensayos se realiza en un circuito que representa una circunferencia de 152 metros de radio y un coeficiente de fricción de 0,85. La velocidad del vehículo se fija en 110 km/h.

Los valores óptimos encontrados para esta maniobra son: P 400, I 275 y D 0,05. El valor derivativo mejora muy levemente el comportamiento del vehículo.

En la figura 7.5 se observa el desplazamiento lateral:

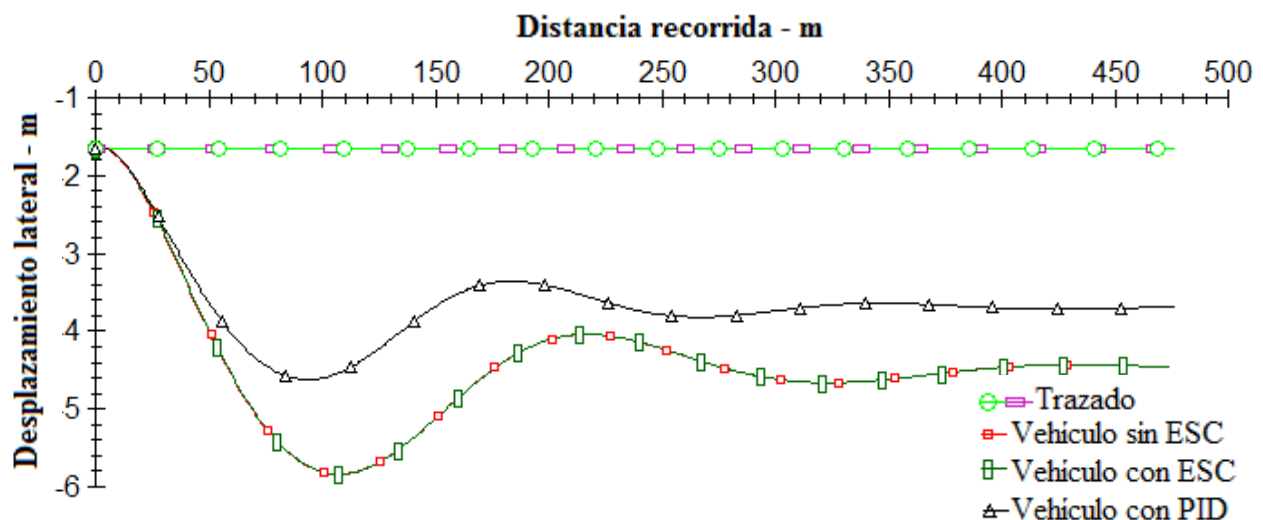


Figura 7.5. Desplazamiento lateral, P400 I275 D0.05

En la figura 7.6 se observa el ángulo de guiñada:

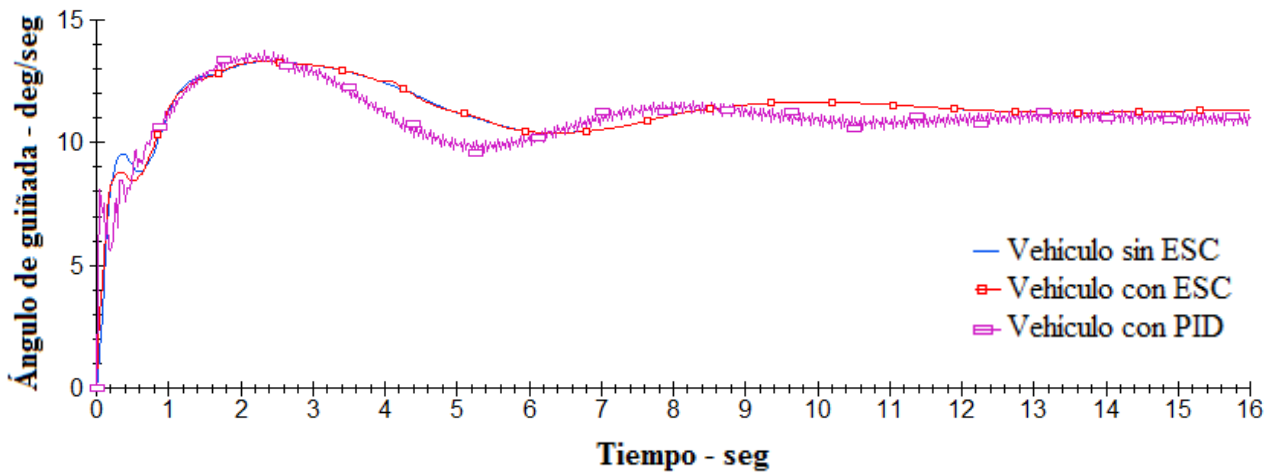


Figura 7.6. Ángulo de guiñada, P400 I275 D0.05

En la figura 7.7 se observa el ángulo de deslizamiento:

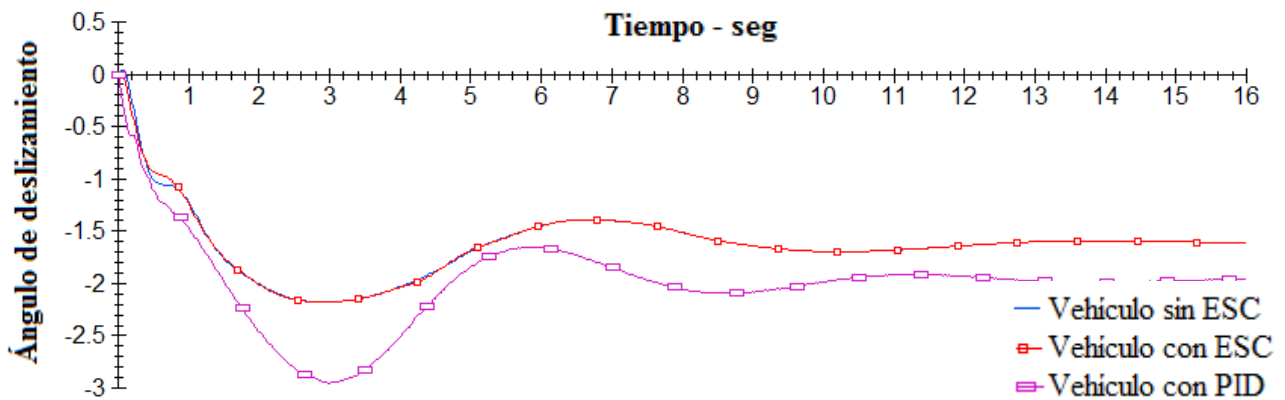


Figura 7.7. Ángulo de deslizamiento, P400 I275 D0.05

En la figura 7.8 se observa la aceleración lateral:

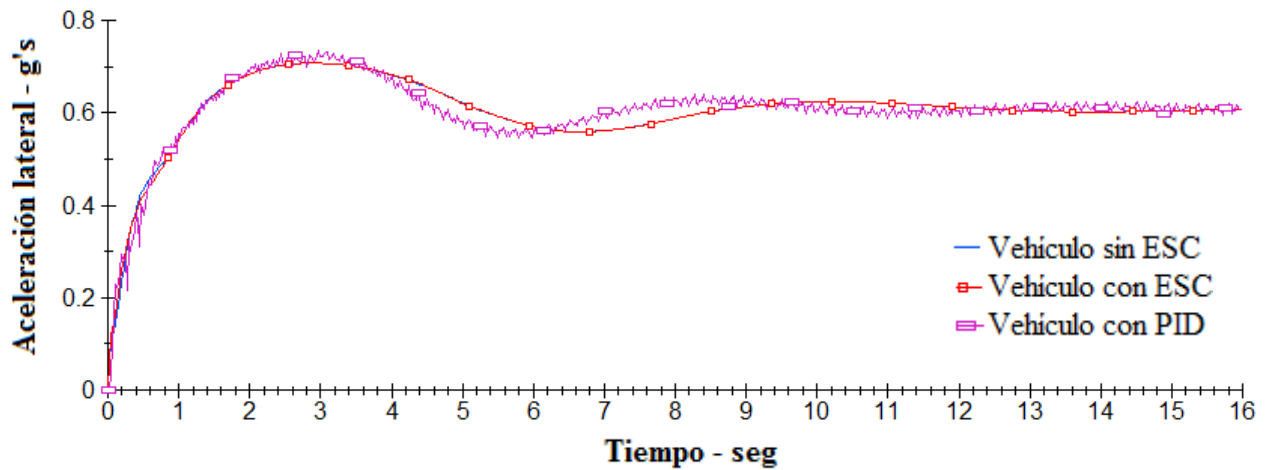


Figura 7.8. Aceleración lateral, P400 I275 D0.05

En la figura 7.9 se observa la velocidad longitudinal:

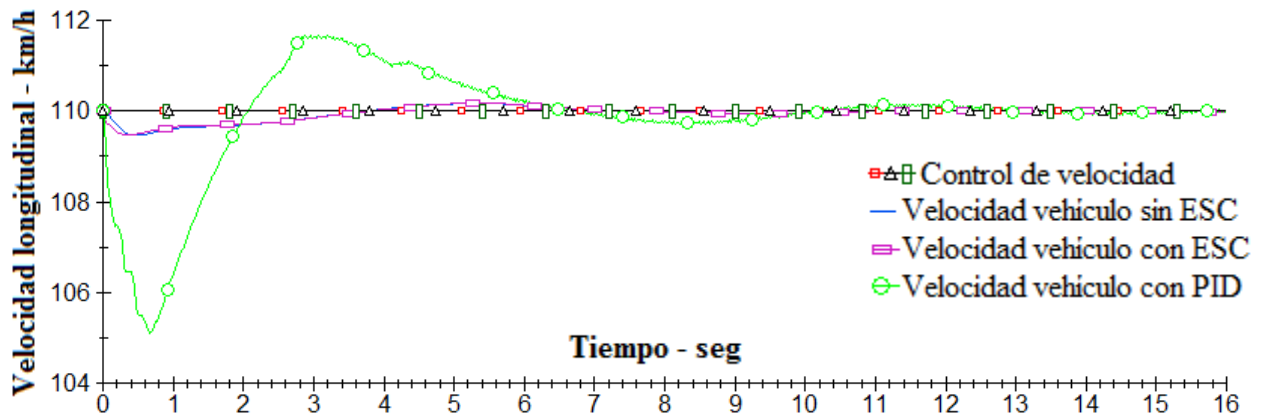


Figura 7.9. Velocidad longitudinal, P400 I275 D0.05

El vehículo que incorpora el controlador PID mejora el desplazamiento lateral notablemente. En la figura 7.5 se aprecia que la mejora en el desplazamiento es de más de 1 metro respecto a los otros dos vehículos (que se comportan de forma similar). Por otro lado, se observa un mayor ángulo de deslizamiento en el vehículo con PID y oscilaciones en la aceleración lateral y ángulo de guiñada, que podrían ser molestos en la conducción. La variación que se produce en la velocidad es menor del 5% de la fijada, un valor que se puede tomar como aceptable.

#### 7.2.1.2. Circunferencia de radio 152 metros a 130 km/h

El segundo ensayo se realiza en el mismo circuito que el ensayo anterior con la diferencia en que se aumenta la velocidad a 130 km/h.

Los valores óptimos encontrados para esta maniobra son: P 425, I 175 y D 0,75.

En la figura 7.10 se observa el desplazamiento lateral:

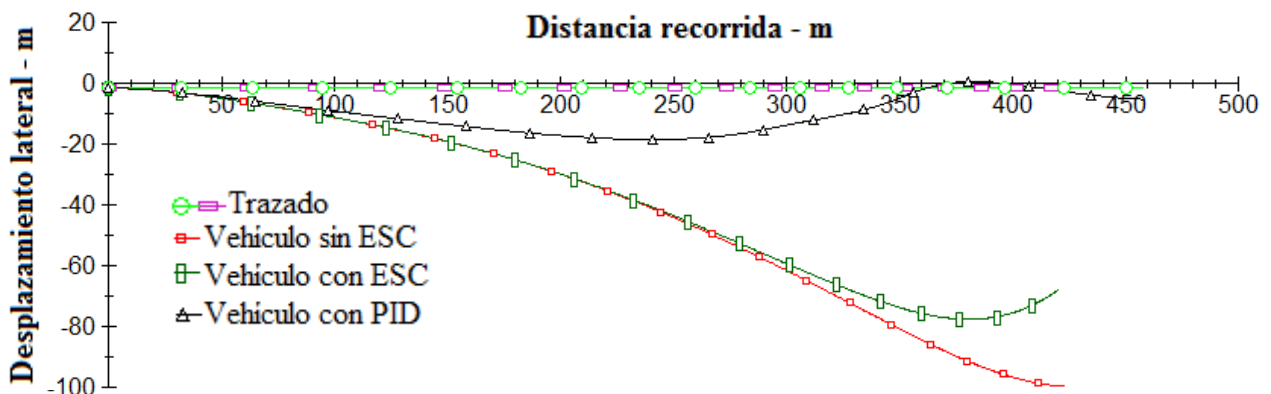


Figura 7.10. Desplazamiento lateral, P425 I175 D0.75

En la figura 7.11 se observa el ángulo de guiñada:

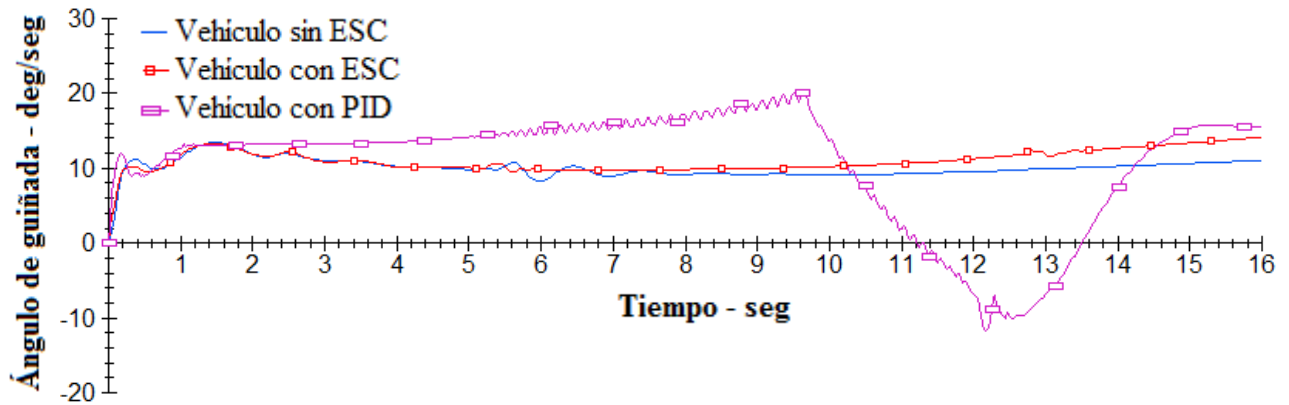


Figura 7.11. Ángulo de guiñada, P425 I175 D0.75

En la figura 7.12 se observa el ángulo de deslizamiento:

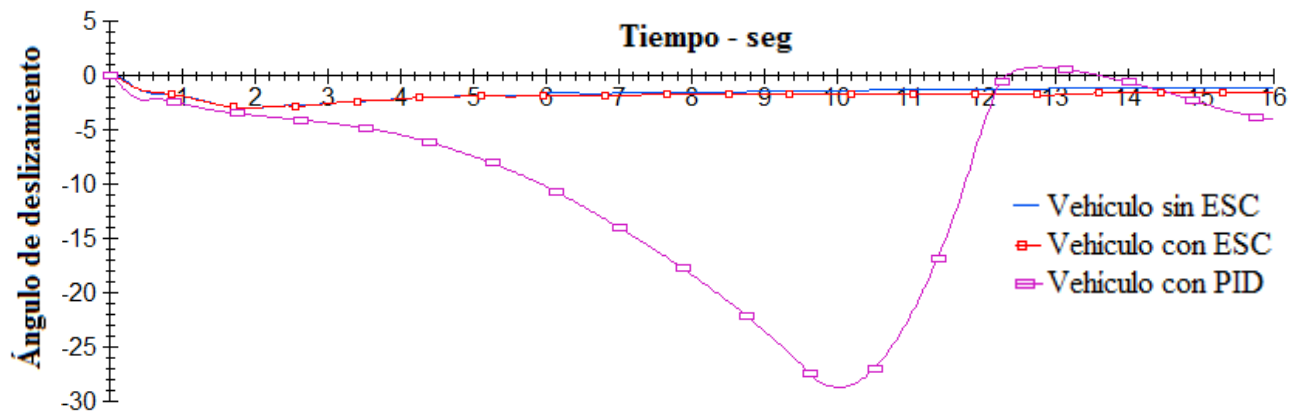


Figura 7.12. Ángulo de deslizamiento, P425 I175 D0.75

En la figura 7.13 se observa la aceleración lateral:

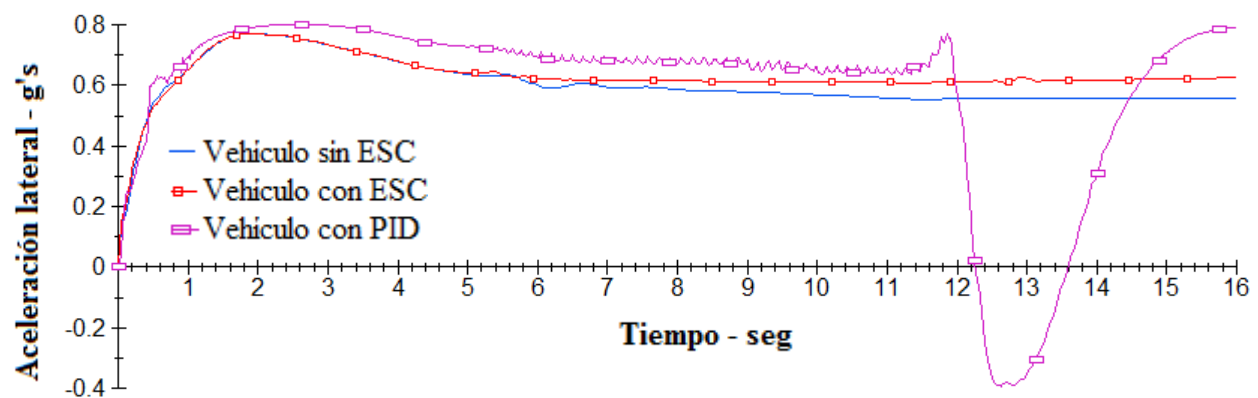


Figura 7.13. Aceleración lateral, P425 I175 D0.75

En la figura 7.14 se observa la velocidad longitudinal:

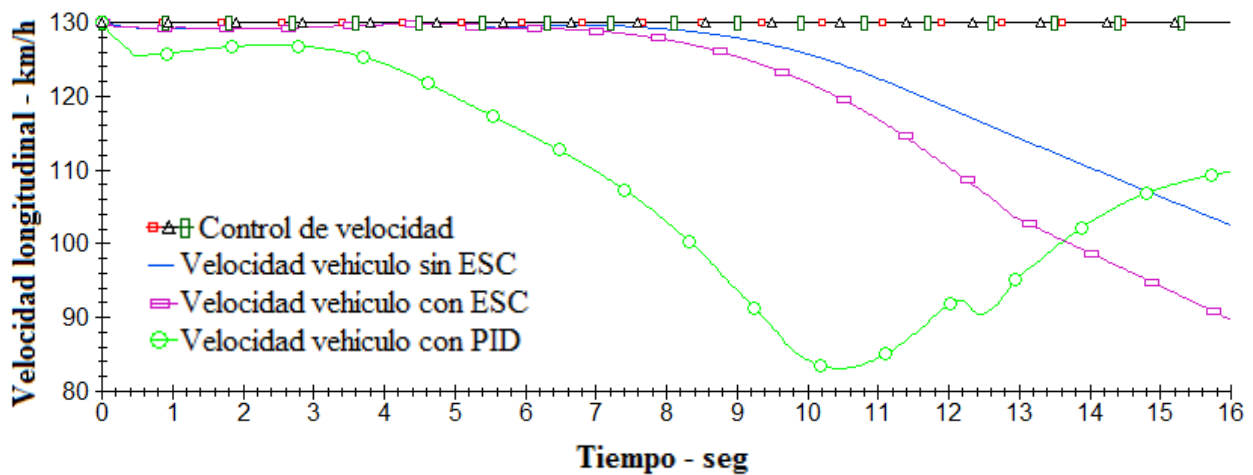


Figura 7.14. Velocidad longitudinal, P425 I175 D0.75

Aumentando la velocidad de la maniobra, los resultados entre los vehículos se intensifican. El desplazamiento lateral aumenta en decenas de metros en el vehículo con ESC, mientras que el vehículo que incorpora el PID se mantiene próximo al trazado. Se observan cambios bruscos en el vehículo con PID en la aceleración lateral y en los ángulos de guiñada y deslizamiento, lo que perjudica la conducción.

Se aprecia una disminución drástica en la velocidad de todos los vehículos por lo que no es una consecuencia directa del controlador PID, sino que es una consecuencia del circuito y la velocidad con la que se ejecuta la maniobra.

#### 7.2.1.3. Curva a 90° de 200 metros de radio a 110 km/h

En este ensayo se cambia de circuito y se realiza un giro a izquierdas en una curva a 90° de 200 metros de radio. La velocidad seleccionada en este caso es de 110 km/h y el coeficiente de rozamiento es 0,85.

Los valores óptimos encontrados para esta maniobra aumentan respecto a la anterior y son: P 700, I 900 y D 0,5. De nuevo, el valor derivativo no mejora significativamente el comportamiento del vehículo, la mejora podría considerarse despreciable.



En la figura 7.15 se observa el desplazamiento lateral:

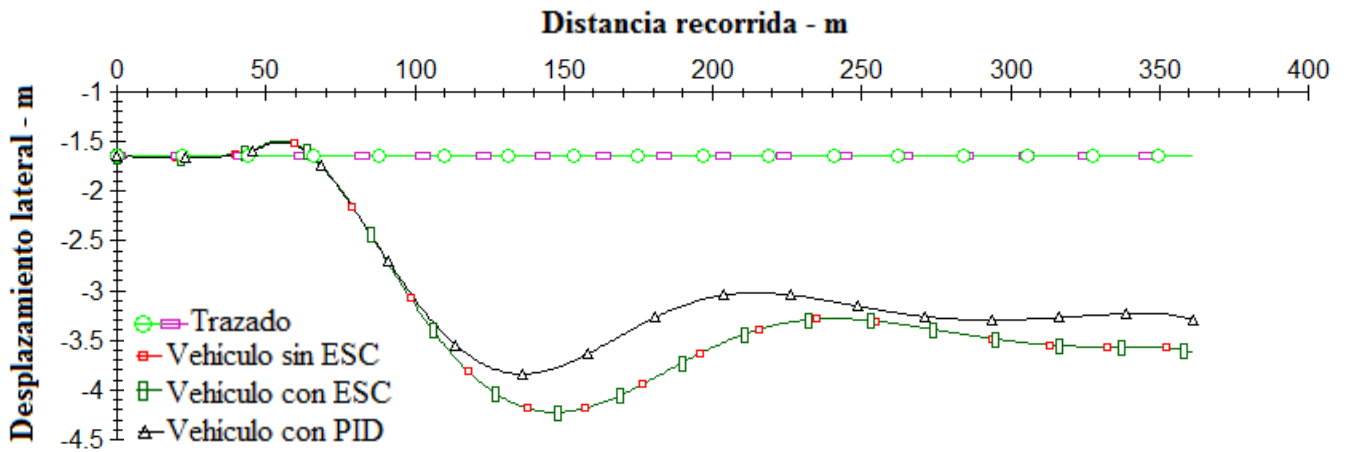


Figura 7.15. Desplazamiento lateral, P700 I900

En la figura 7.16 se observa el ángulo de guiñada:

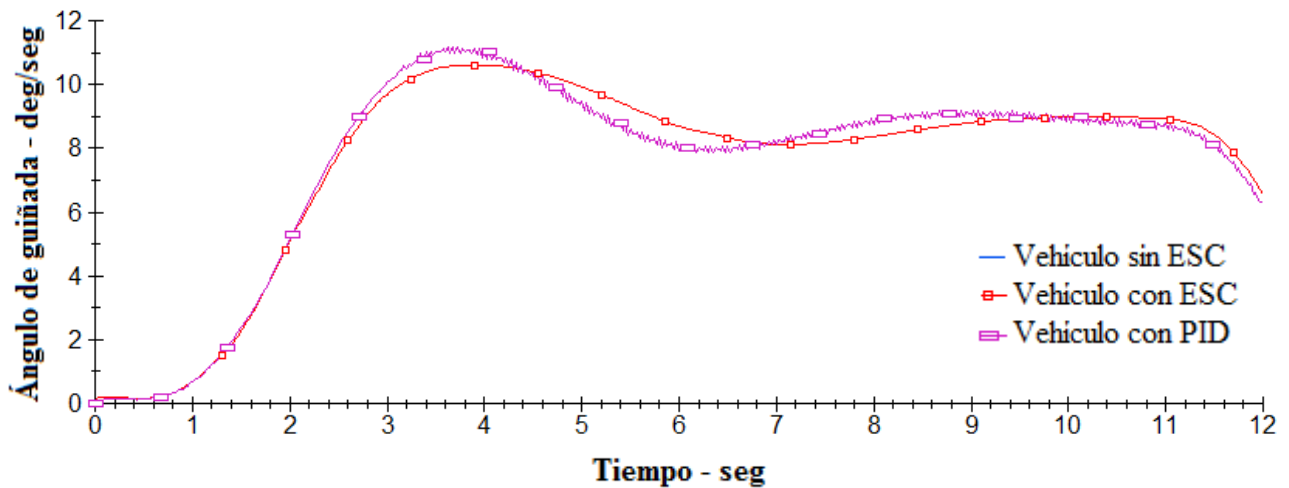


Figura 7.16. Ángulo de guiñada, P700 I900

En la figura 7.17 se observa el ángulo de deslizamiento:

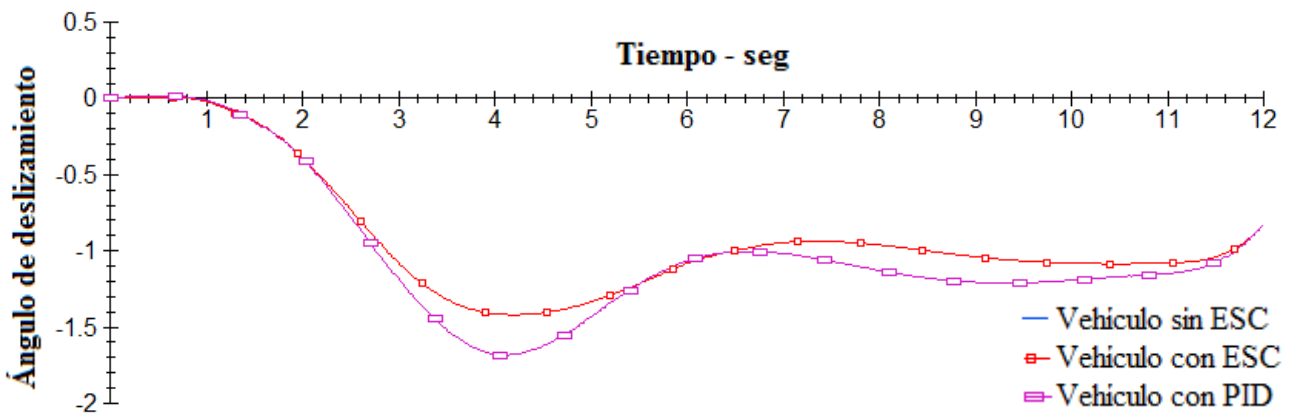


Figura 7.17. Ángulo de deslizamiento, P700 I900 D0.5



En la figura 7.18 se observa la aceleración lateral:

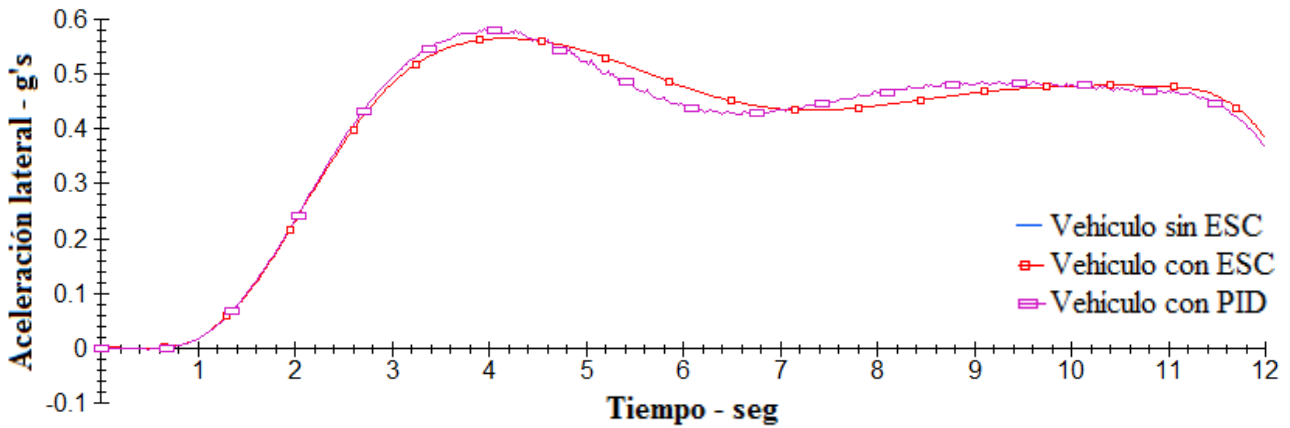


Figura 7.18. Aceleración lateral, P700 I900 D0.5

En la figura 7.19 se observa la velocidad longitudinal:

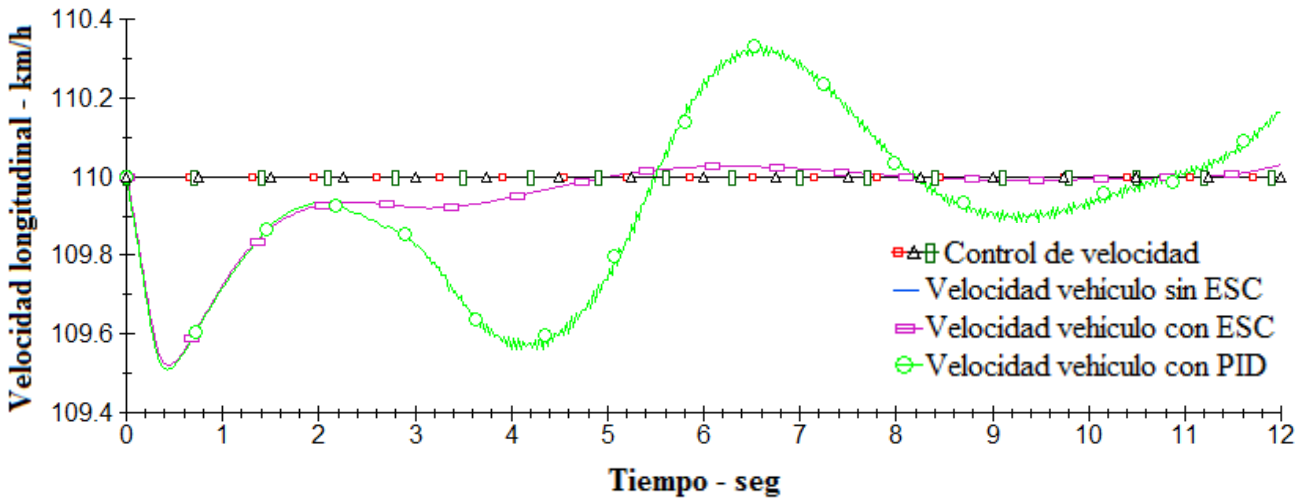


Figura 7.19. Velocidad longitudinal, P700 I900 D0.5

En esta maniobra, más suave que la anterior, las diferencias entre vehículos se atenúan. El desplazamiento lateral mejora con el vehículo que incorpora el PID en alrededor de 0,6 metros respecto a los otros dos. El resto de valores analizados en las gráficas muestran un comportamiento similar en los tres vehículos, apareciendo una ligera oscilación en el vehículo que incorpora el PID. La velocidad se mantiene prácticamente constante, oscilando entre 109,5 y 110,4 km/h.

#### 7.2.1.4. Curva a 90° de 200 metros de radio a 130 km/h

Este cuarto ensayo realiza la misma maniobra que el anterior aumentando la velocidad a 130 km/h. El coeficiente de rozamiento se mantiene en 0,85.

Los valores óptimos encontrados para esta maniobra son: P 500, I 1000 y D 0,5. El valor derivativo mejora ligeramente el comportamiento. Además, para valores superiores a 1, el vehículo disminuye drásticamente su velocidad.

En la figura 7.20 se observa el desplazamiento lateral:

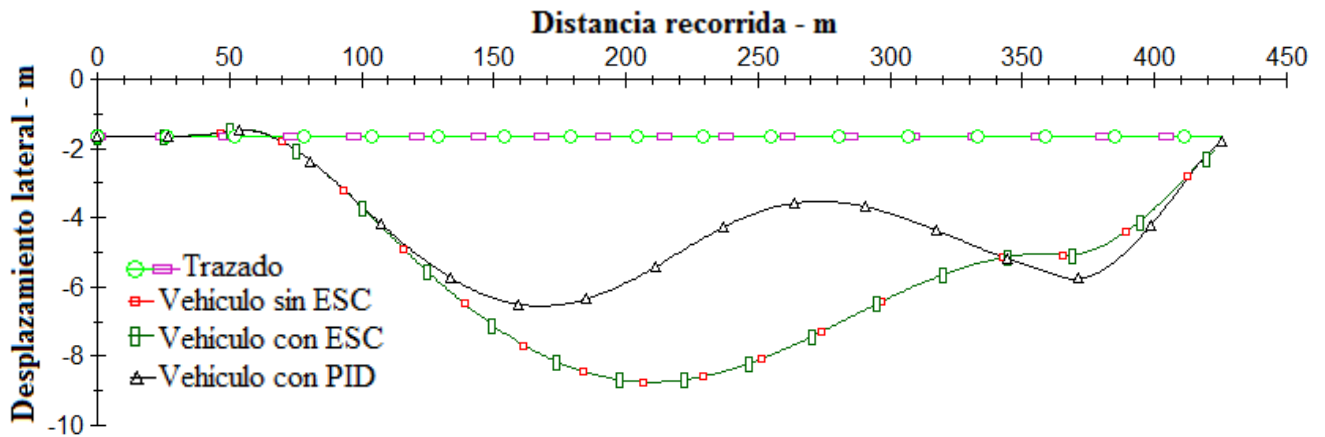


Figura 7.20. Desplazamiento lateral, P500 I1000 D0.5.

En la figura 7.21 se observa el ángulo de guiñada:

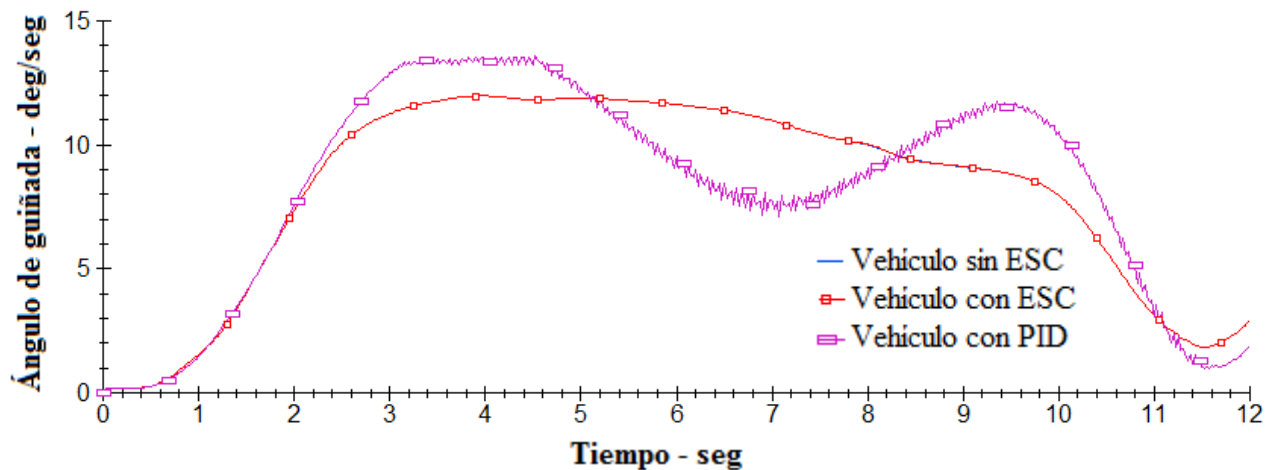


Figura 7.21. Ángulo de guiñada, P500 I1000 D0.5.

En la figura 7.22 se observa el ángulo de deslizamiento:

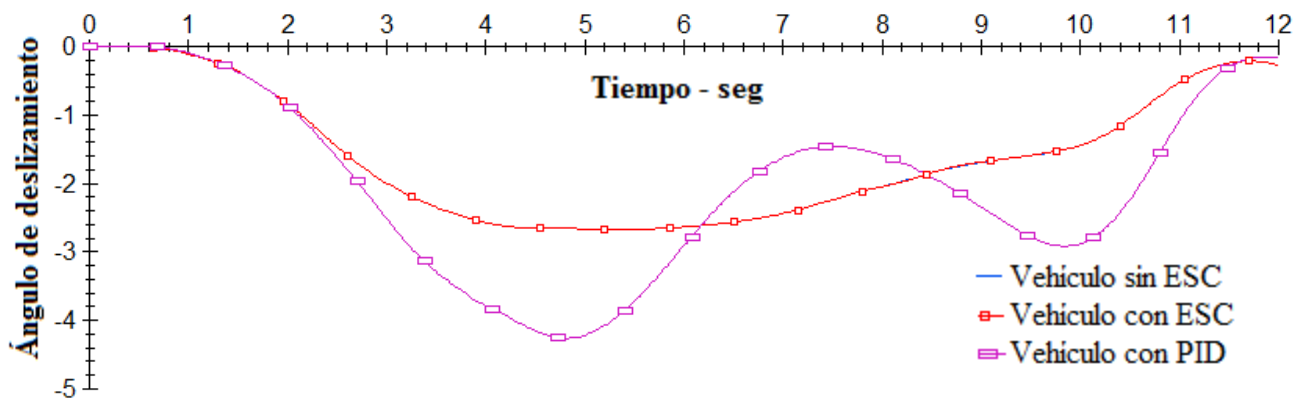


Figura 7.22. Ángulo de deslizamiento, P500 I1000 D0.5.

En la figura 7.23 se observa la aceleración lateral:

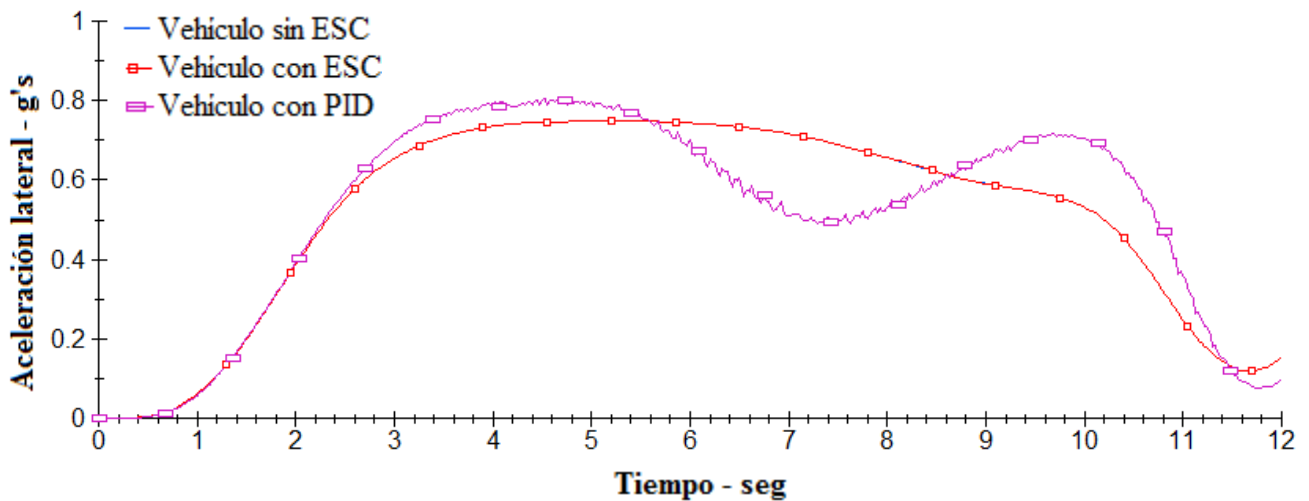


Figura 7.23. Aceleración lateral, P500 I1000 D0.5

En la figura 7.24 se observa la velocidad longitudinal:

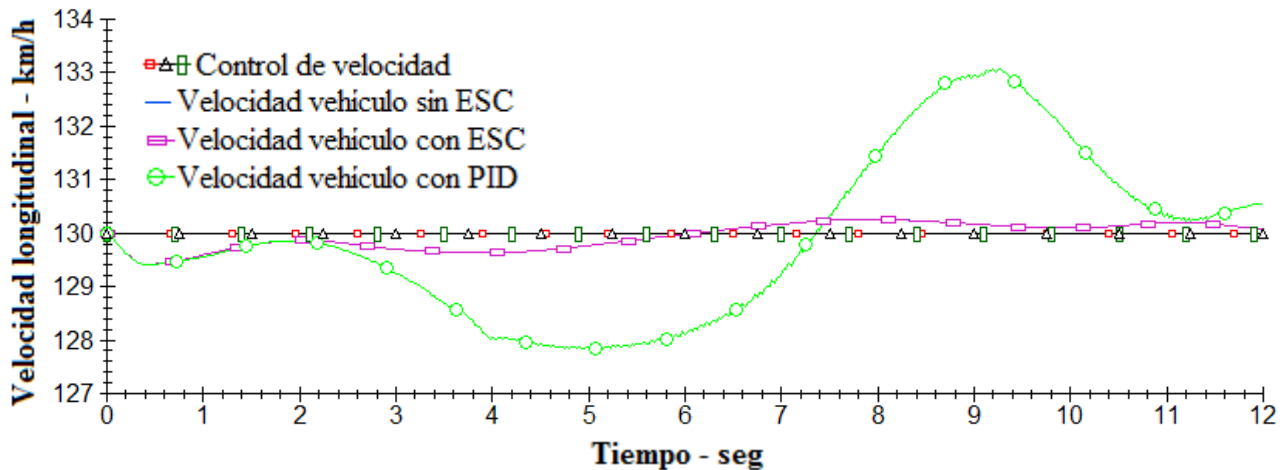


Figura 7.24. Velocidad longitudinal, P500 I1000 D0.5

El aumento de la velocidad vuelve a intensificar las diferencias entre ambos controladores. Se observa una diferencia de desplazamiento lateral de más de 4 metros entre ellos. Aumenta la oscilación en el ángulo de guiñada, de deslizamiento y aceleración lateral en el controlador con PID.

En referencia a la velocidad, el comportamiento de los vehículos que no incorporan el controlador PID, mantienen la velocidad más próxima a 130 km/h. En el caso del vehículo con PID, se aprecia una ligera variación en torno a la velocidad especificada (oscilación de 5 km/h).

#### 7.2.1.5. Test doble cambio de línea a 50 km/h

Los siguientes tres ensayos son un doble cambio de línea a diferentes velocidades. El primero de ellos se produce a 50 km/h con un coeficiente de rozamiento de 0,85. Es una de las maniobras más exigentes.

Los valores óptimos encontrados para esta maniobra son: P 200, I 750 y D 0,1. Se obtiene muy poca mejora con el valor derivativo.

En la figura 7.25 se observa el desplazamiento lateral:

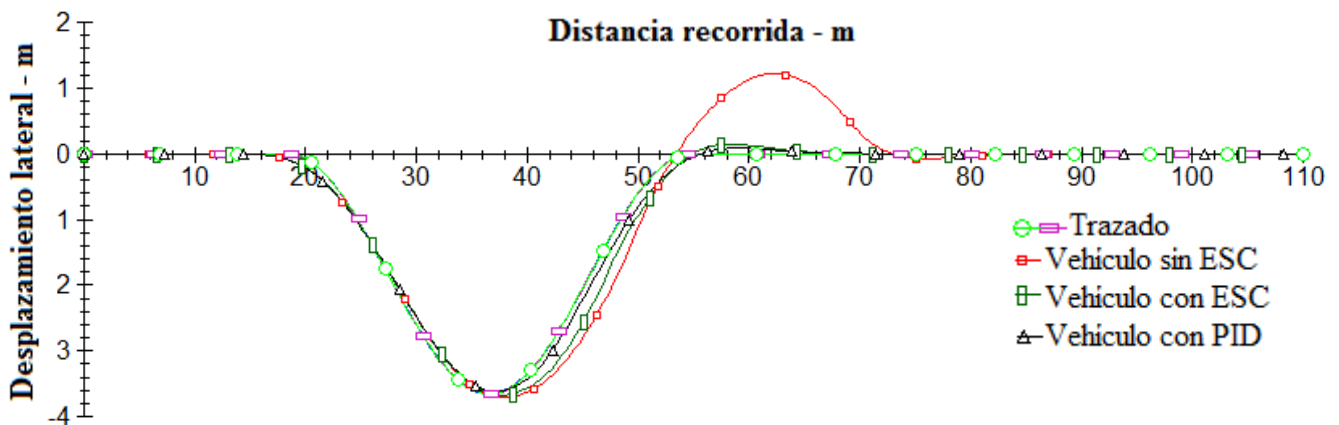


Figura 7.25. Desplazamiento lateral, P200 I750

En la figura 7.26 se observa el ángulo de guiñada:

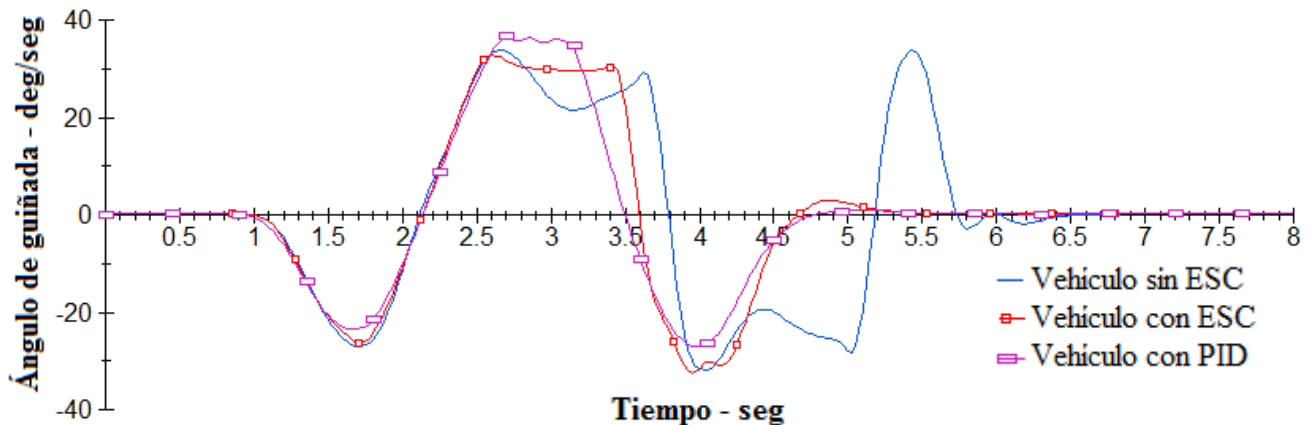


Figura 7.26. Ángulo de guiñada, P200 I750 D0.1

En la figura 7.27 se observa el ángulo de deslizamiento:

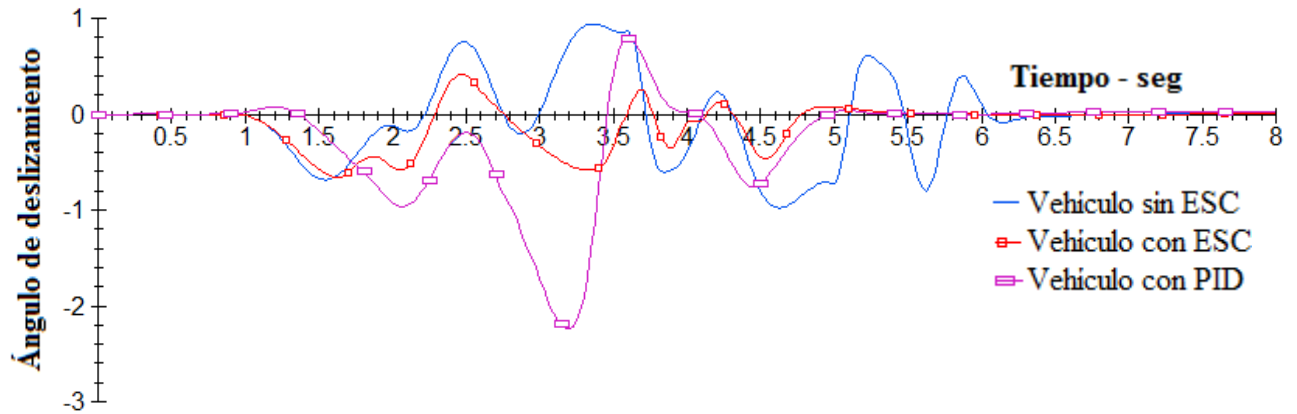


Figura 7.27. Ángulo de deslizamiento, P200 I750 D0.1

En la figura 7.28 se observa la aceleración lateral:

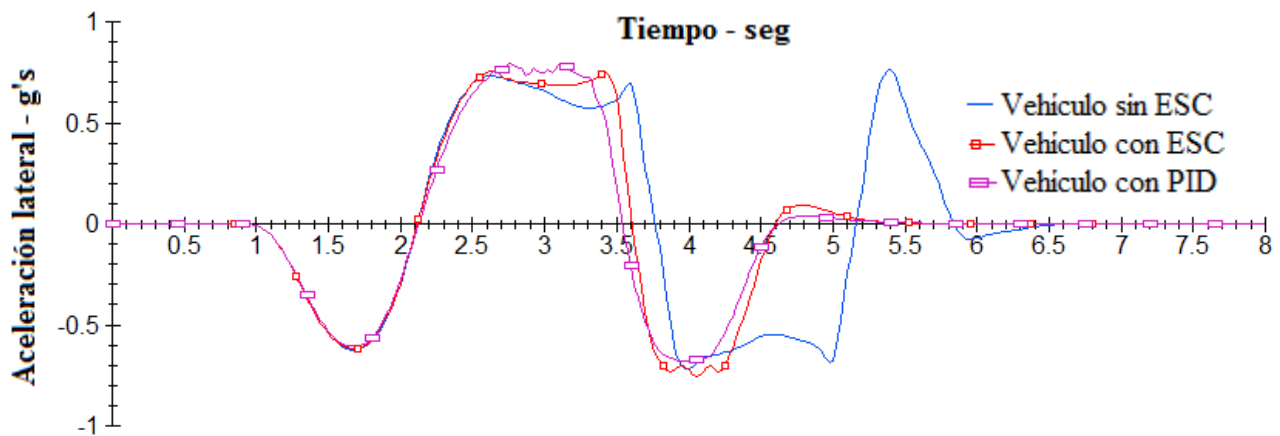


Figura 7.28. Aceleración lateral, P200 I750 D0.1

En la figura 7.29 se observa la velocidad longitudinal:

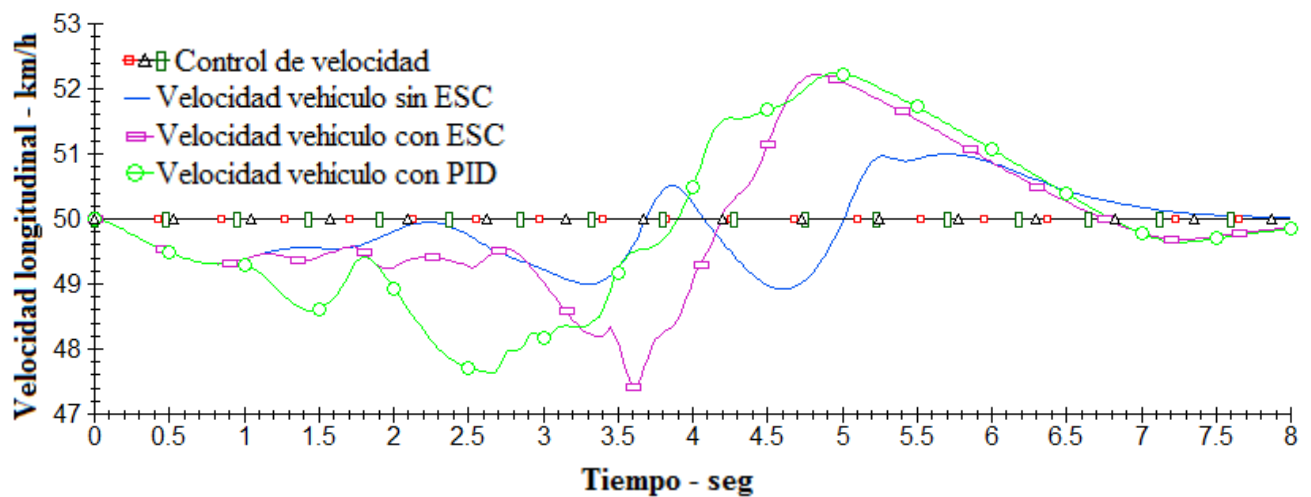


Figura 7.29. Velocidad longitudinal, P200 I750 D0.1

Esta maniobra pone de manifiesto las ventajas del uso de controladores de estabilidad en los vehículos. Los dos vehículos con controlador mejoran su trazada respecto al vehículo que no lleva ningún control. Comparando ambos controladores, se observa una ligera mejoría del controlador PID respecto al ESC en cuanto al trayecto seguido.

En el resto de valores, ambos controladores se muestran parejos, sin apreciables oscilaciones en el vehículo con PID. La diferencia más notable entre controladores se aprecia en el ángulo de deslizamiento, donde aparecen valores mayores a los del ESC.

#### 7.2.1.6. Test doble cambio de línea a 80 km/h

El segundo de los dobles cambios de línea utiliza el mismo circuito del ensayo anterior y se aumenta velocidad de la maniobra en 30 km/h, fijándola en 80 km/h. Esta maniobra, a esta velocidad, constituye la maniobra más brusca de entre las que se realizan en los diferentes ensayos.

Los valores óptimos encontrados para esta maniobra son: P 125, I 0 y D 0,5. Ningún valor integral mejora el comportamiento del vehículo y el valor derivativo lo mejora muy levemente.

En la figura 7.30 se observa el desplazamiento lateral:

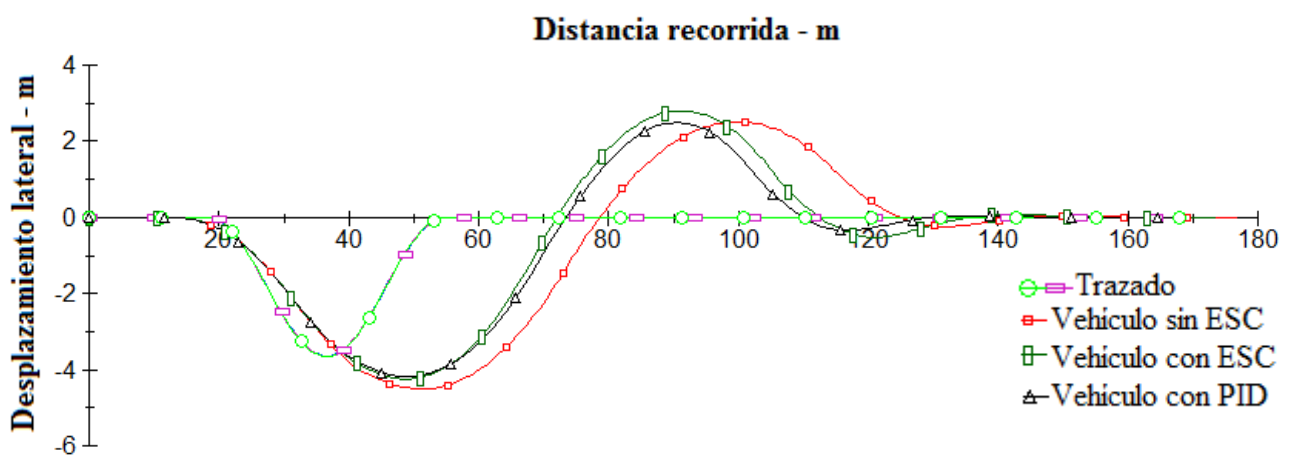


Figura 7.30. Desplazamiento lateral, P125 I0 D0.5

En la figura 7.31 se observa el ángulo de guiñada:

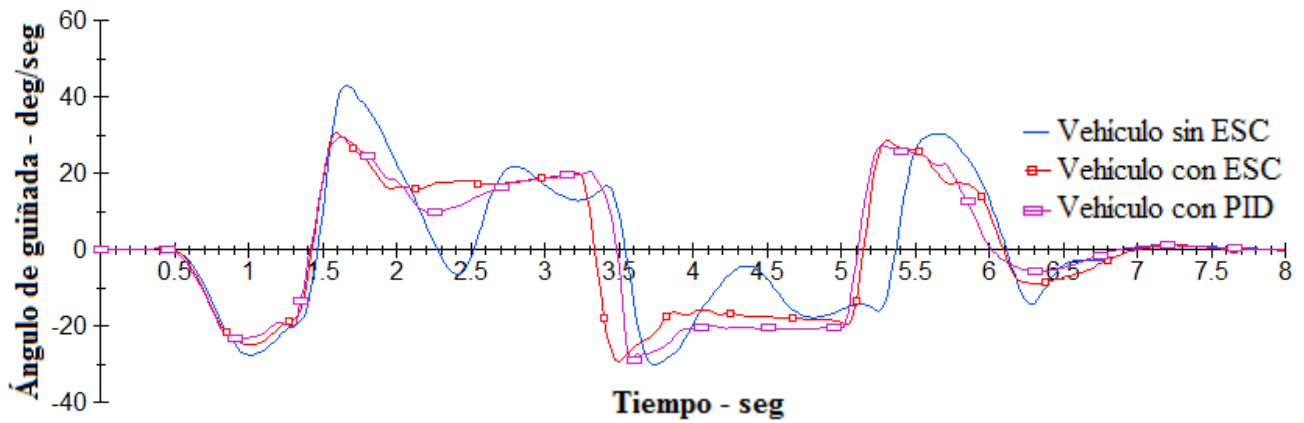


Figura 7.31. Ángulo de guiñada, P125 I0 D0.5

En la figura 7.32 se observa el ángulo de deslizamiento:

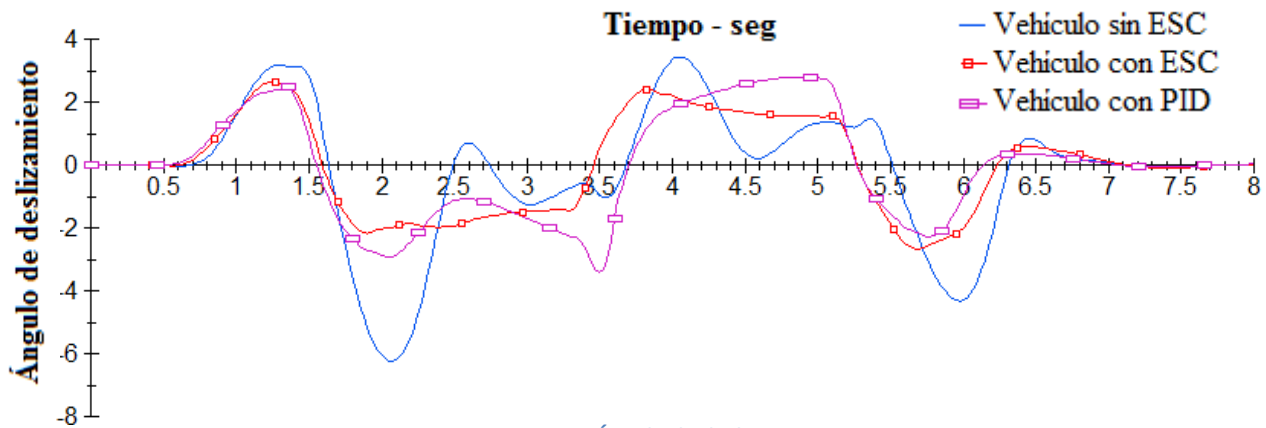


Figura 7.32. Ángulo de deslizamiento, P125 I0 D0.5

En la figura 7.33 se observa la aceleración lateral:

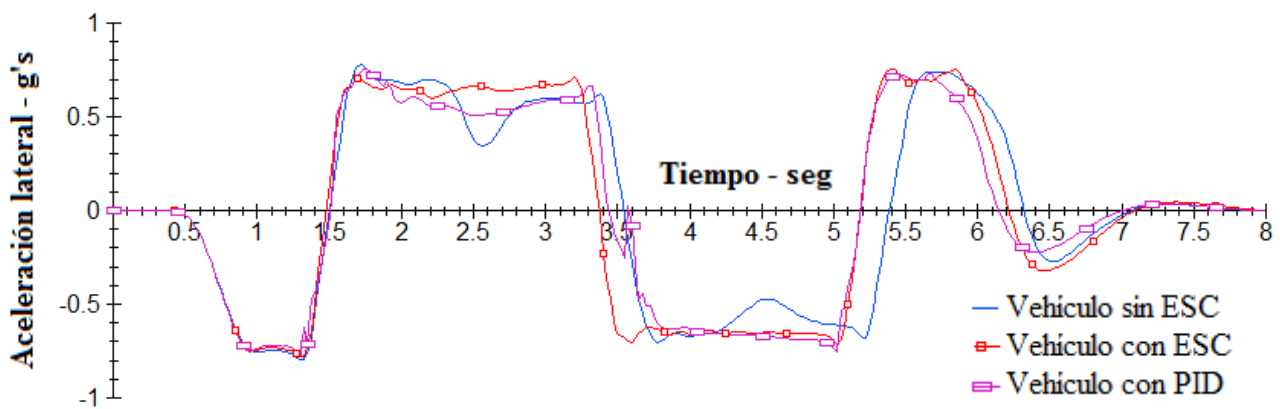


Figura 7.33. Aceleración lateral, P125 I0 D0.5

En la figura 7.34 se observa la velocidad longitudinal:

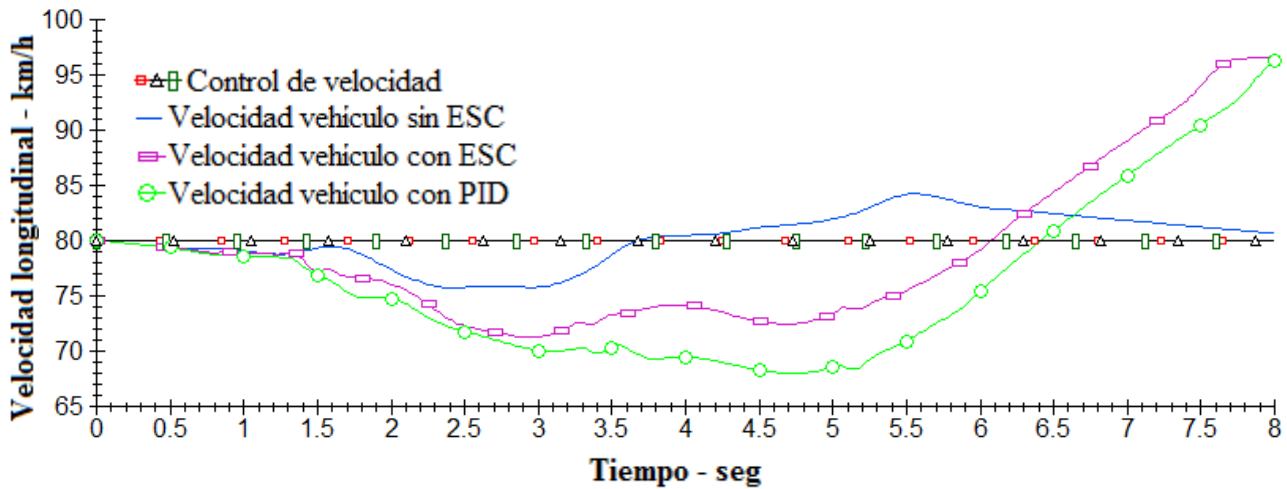


Figura 7.34. Velocidad longitudinal, P125 I0 D0.5

Al igual que ocurre en el ensayo anterior, ambos controladores muestran resultados parejos, ligeramente mejores en el desplazamiento lateral con el vehículo que incorpora el controlador PID respecto al vehículo con ESC. El resto de valores son similares comparando ambos controladores, sin la aparición de incómodas oscilaciones en valores como la aceleración lateral, observada en otros ensayos, en el vehículo con PID.

La mayor diferencia en el comportamiento de ambos controladores se encuentra en la gráfica de la velocidad longitudinal. Ambos controladores disminuyen su velocidad longitudinal (hasta valores por debajo de 70 km/h en el caso del PID y hasta valores próximos a 75 km/h para el ESC) para posteriormente aumentarla y alcanzar valores próximos a 100 km/h. El vehículo que mejor comportamiento tiene frente a la velocidad longitudinal es el que no lleva ningún tipo de controlador.

#### 7.2.1.7. Test doble cambio de línea a 120 km/h

El último de los ensayos en los que el PID controla los frenos se realiza en un doble cambio de línea a alta velocidad. Pese a que la velocidad es superior a los dobles cambios de línea anteriores, esta maniobra es menos brusca. La velocidad se fija en 120 km/h y el coeficiente de fricción de la carretera es de 0,85.



Los valores óptimos encontrados para esta maniobra son: P 600, I 0 y D 0. No mejora el comportamiento incluyendo el valor integral ni el derivativo.

En la figura 7.35 se observa el desplazamiento lateral:

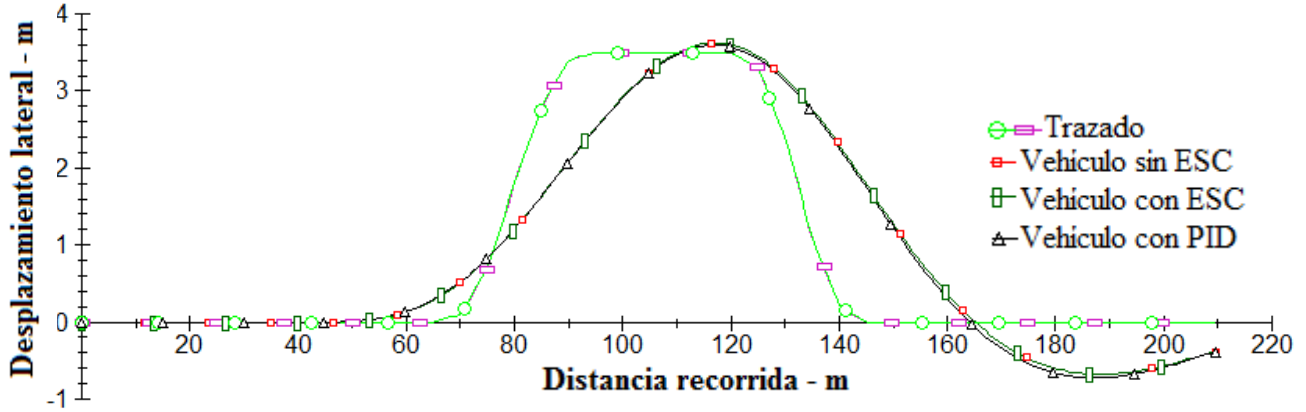


Figura 7.35. Desplazamiento lateral, P600 I0 D0

En la figura 7.36 se observa el ángulo de guiñada:

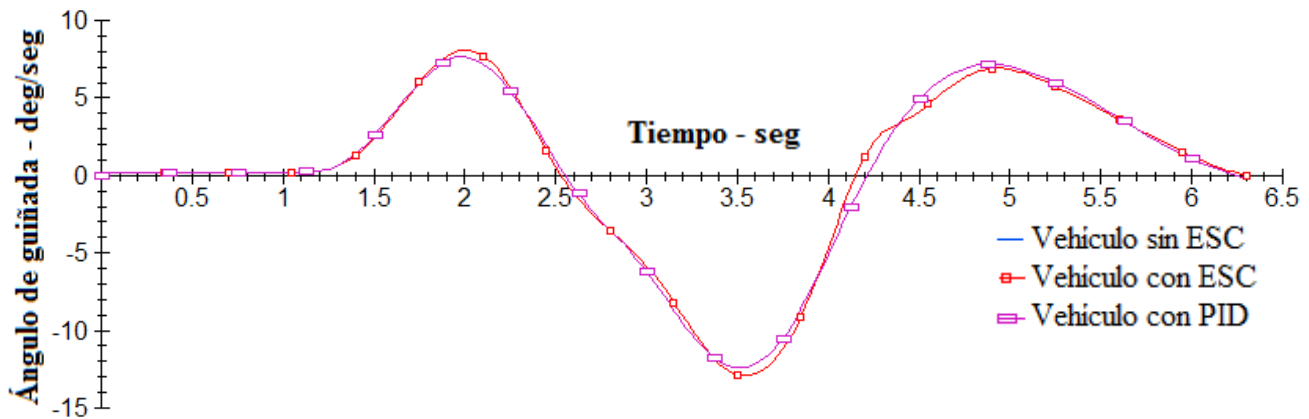


Figura 7.36. Ángulo de guiñada, P600 I0 D0

En la figura 7.37 se observa el ángulo de deslizamiento:

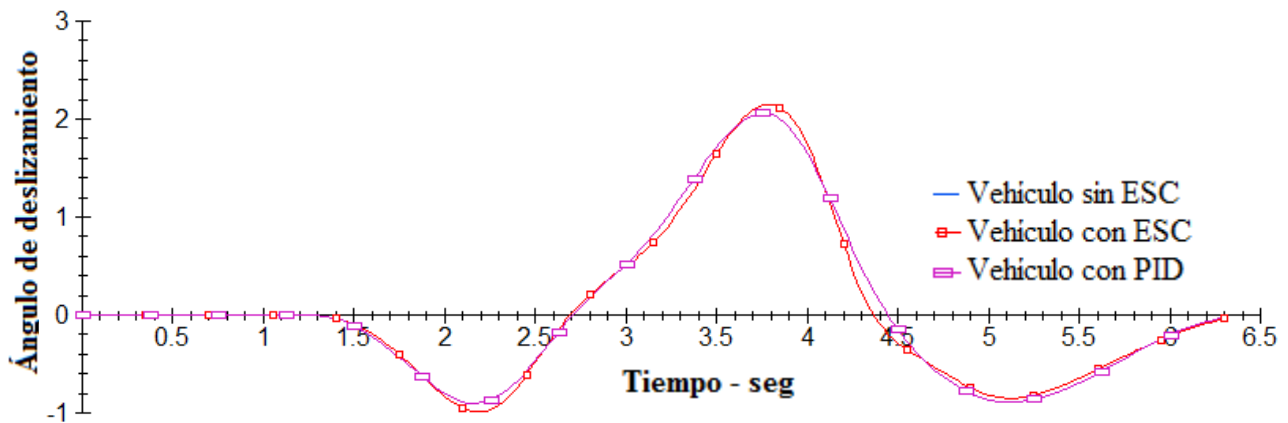


Figura 7.37. Ángulo de deslizamiento, P600 I0 D0

En la figura 7.38 se observa la aceleración lateral:

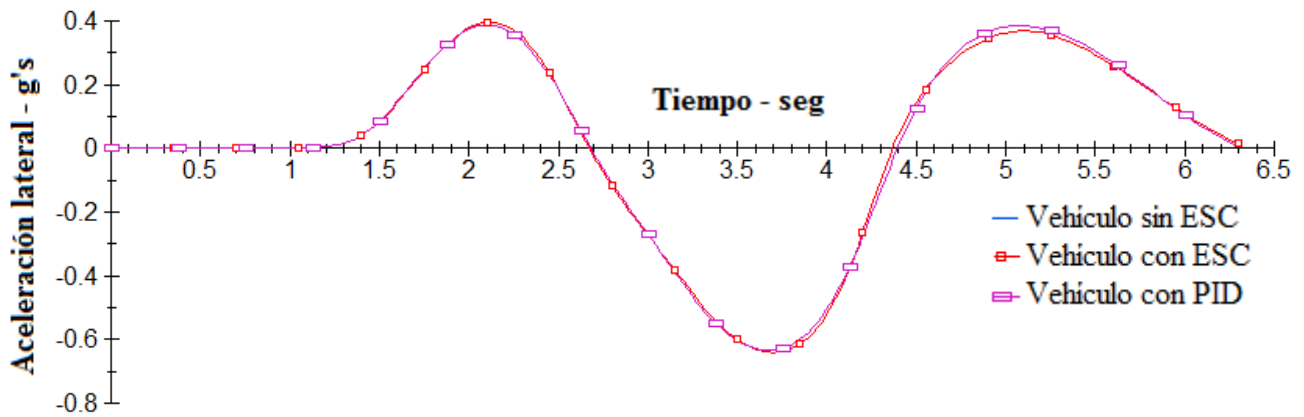


Figura 7.38. Aceleración lateral, P125 I0 D0.5

En la figura 7.39 se observa el desplazamiento lateral:

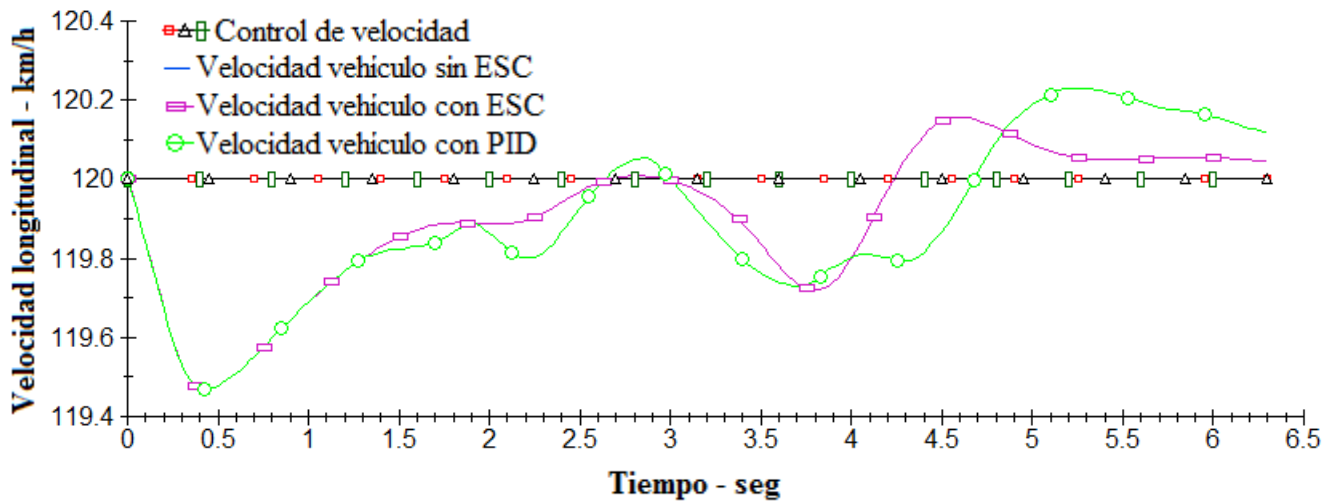


Figura 7.39. Velocidad longitudinal, P600 I0 D0

El último ensayo no arroja grandes diferencias respecto a ambos controladores, los resultados resultan muy parejos. En maniobras que no son bruscas, el controlador PID actúa de forma muy parecida al controlador ESC.

#### 7.2.1.8. Conclusiones del PID actuando sobre los frenos

En comparación con el controlador ESC, la incorporación del controlador PID mejora de forma visible el desplazamiento lateral del vehículo respecto del trazado deseado, especialmente en los cuatro primeros ensayos, donde en algunos casos, la mejora

puede alcanzar las decenas de metros. Por el contrario, aparecen pequeñas oscilaciones en algunos de los circuitos en la aceleración lateral, ángulo de deslizamiento y ángulo de guiñada, que podrían provocar irregularidades en la conducción o incomodidades a los pasajeros.

### 7.2.2. Ensayos PID actuando sobre la dirección

El segundo grupo de gráficas contiene los diferentes ensayos en los que el PID actúa controlando la dirección. Las maniobras realizadas son las mismas que se ejecutaron cuando el PID actuaba sobre los frenos. El resultado de los diferentes ensayos se muestra a continuación.

#### 7.2.2.1. Circunferencia de radio 152 metros a 110 km/h

De la misma manera que en el caso en el que el PID actuaba sobre los frenos, el primero de este nuevo grupo de ensayos se realiza en un circuito que representa una circunferencia de 152 metros de radio y un coeficiente de fricción de 0,85. La velocidad del vehículo se fija en 110 km/h.

Los valores óptimos encontrados para esta maniobra son: P 200, I 0 y D 0. El valor integral y derivativo no mejora el comportamiento del vehículo.

En la figura 7.40 se observa el desplazamiento lateral:

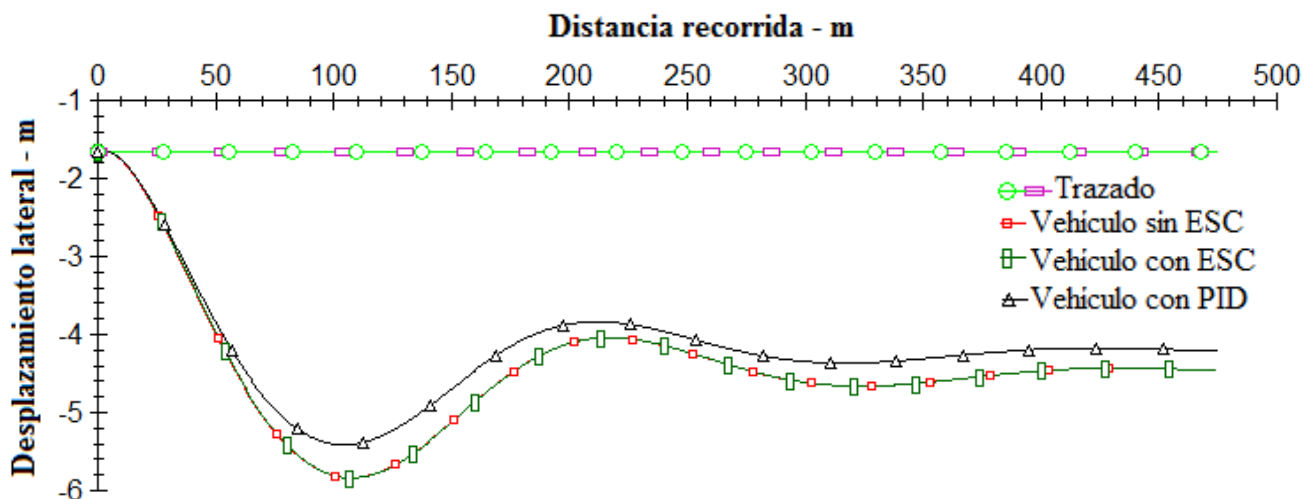


Figura 7.40. Desplazamiento lateral, P200 I0 D0

En la figura 7.41 se observa el ángulo de guiñada:

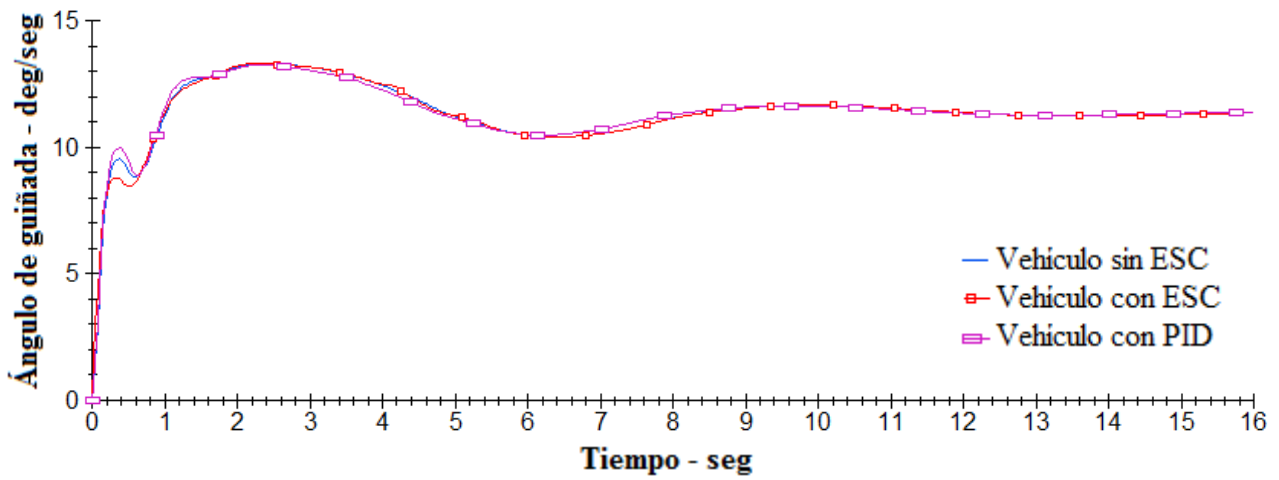


Figura 7.41. Ángulo de guiñada, P200 I0 D0

En la figura 7.42 se observa el ángulo de deslizamiento:

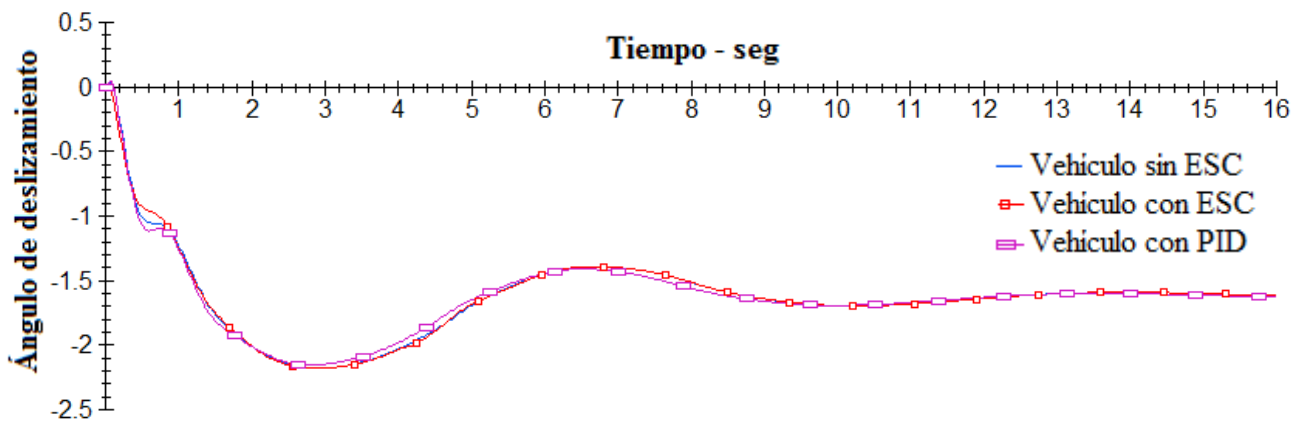


Figura 7.42. Ángulo de deslizamiento, P200 I0 D0

En la figura 7.43 se observa la aceleración lateral:

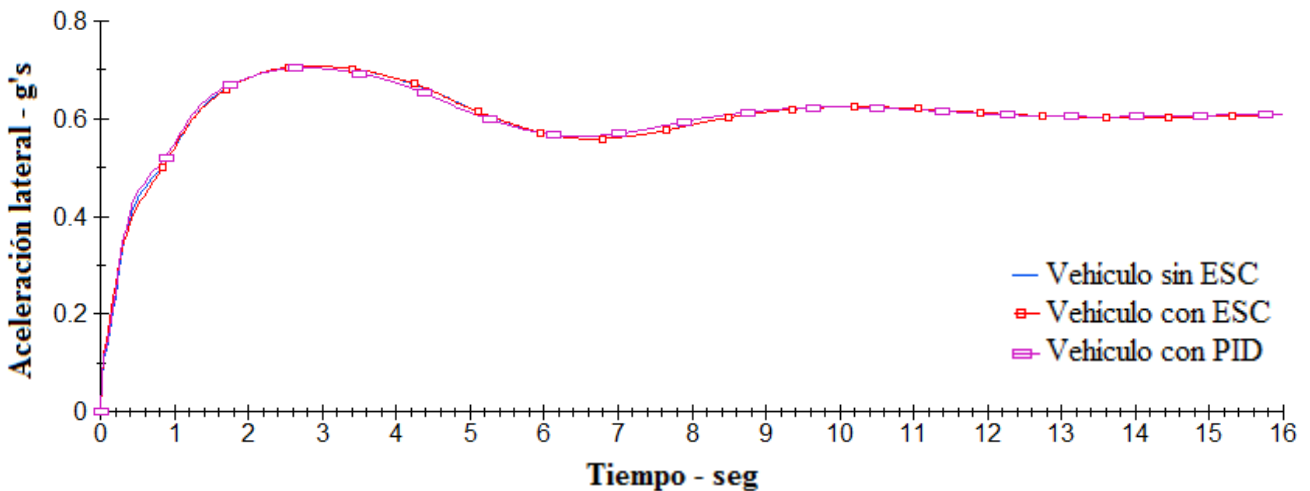


Figura 7.43. Aceleración lateral, P200 I0 D0

En la figura 7.44 se observa la velocidad longitudinal:

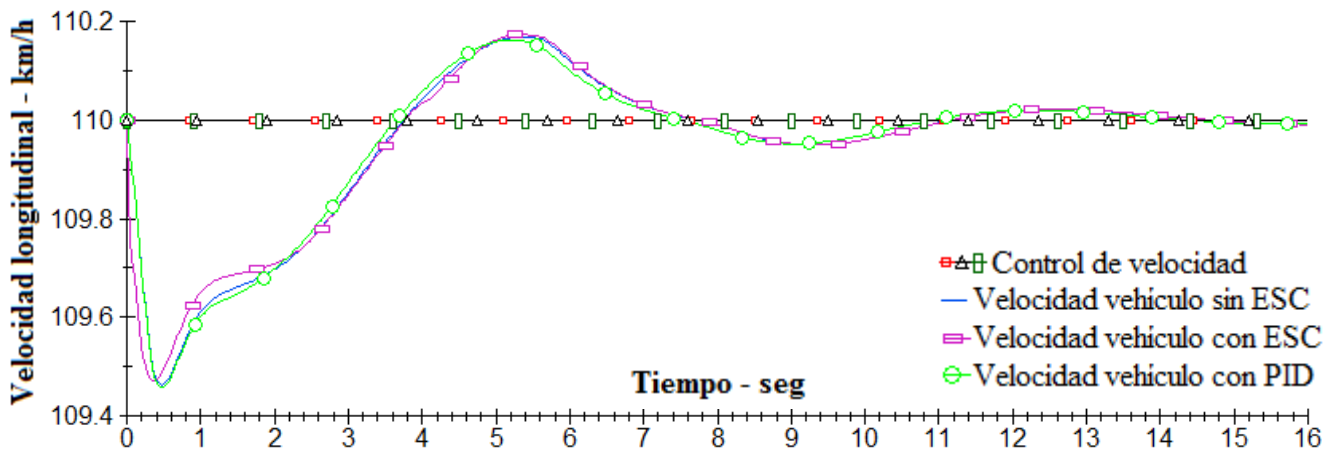


Figura 7.44. Velocidad longitudinal, P200 I0 D0

El vehículo que incorpora el PID presenta una mejora de hasta 0,7 metros en el desplazamiento lateral respecto al controlador ESC. En el resto de gráficas, el vehículo con PID se comporta de manera muy similar a los otros dos vehículos, desapareciendo en esta maniobra la oscilación que se presentaba en el caso en el que el PID controlaba los frenos. La velocidad longitudinal del vehículo se mantiene prácticamente constante.

#### 7.2.2.2. Circunferencia de radio 152 metros a 130 km/h

El segundo ensayo se realiza en el mismo circuito que el ensayo anterior con la diferencia en que se aumenta la velocidad a 130 km/h.

Los valores óptimos encontrados para esta maniobra son: P 700, I 500 y D 0. No se encuentran valores derivativos que mejoren el comportamiento del vehículo.

En la figura 7.45 se observa el desplazamiento lateral:

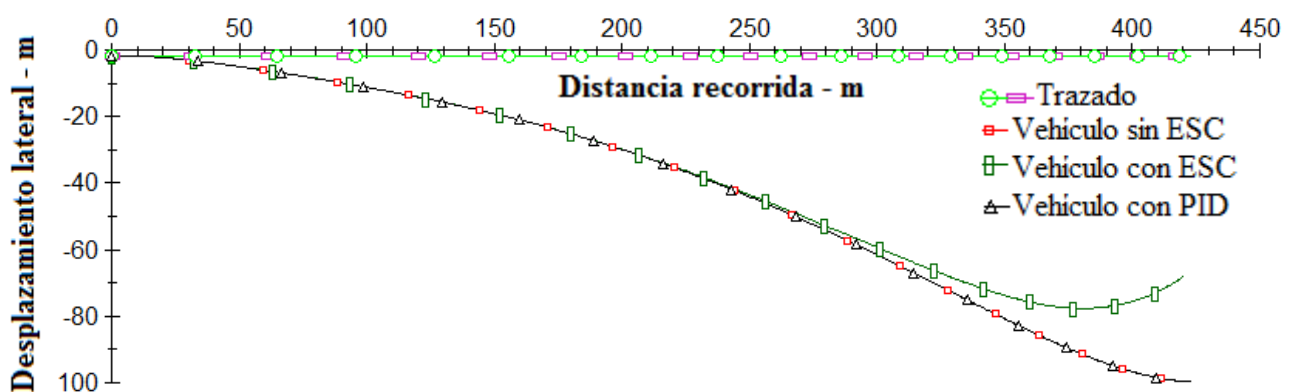


Figura 7.45. Desplazamiento lateral, P700 I500 D0.

En la figura 7.46 se observa el ángulo de guiñada:

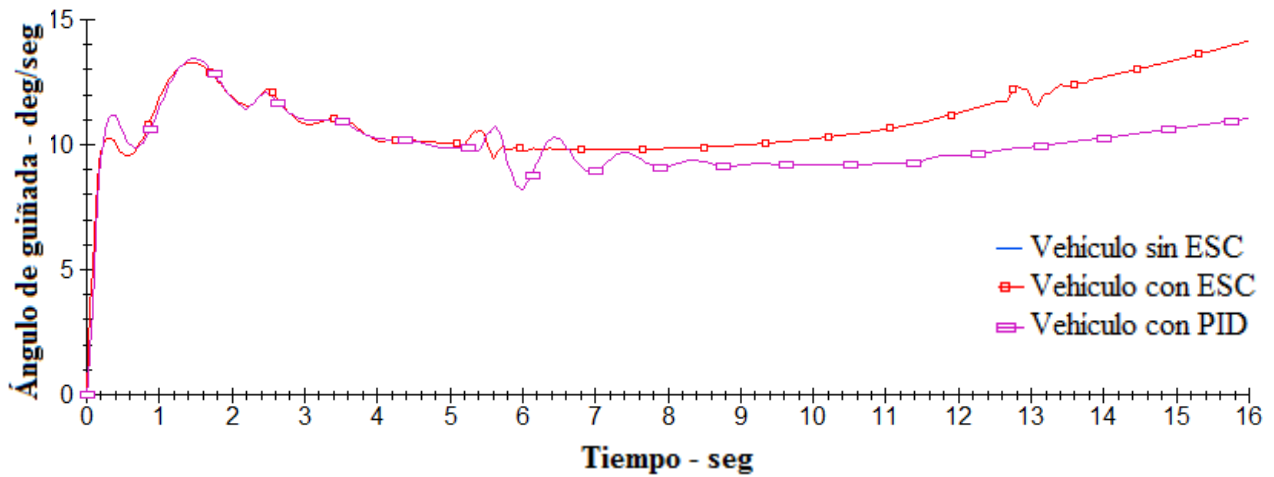


Figura 7.46. Ángulo de guiñada, P700 I500 D0

En la figura 7.47 se observa el ángulo de deslizamiento:

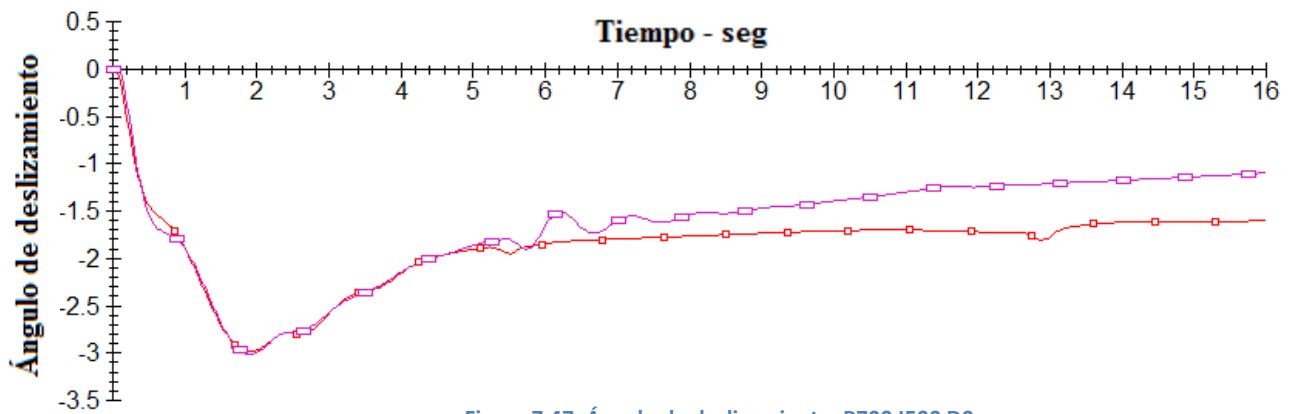


Figura 7.47. Ángulo de deslizamiento, P700 I500 D0

En la figura 7.48 se observa la aceleración lateral:

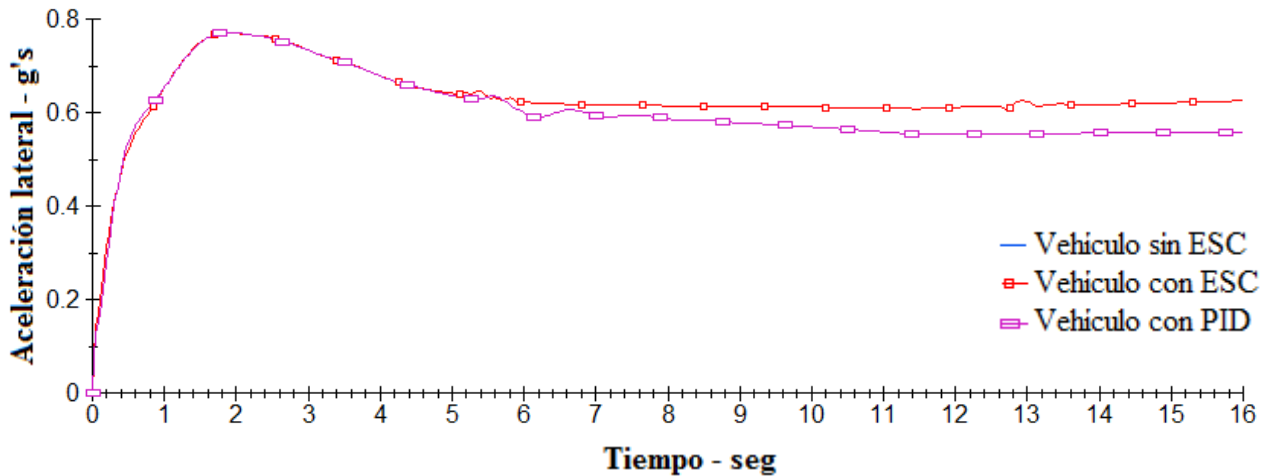


Figura 7.48. Aceleración lateral, P700 I500 D0

En la figura 7.49 se observa la velocidad longitudinal:

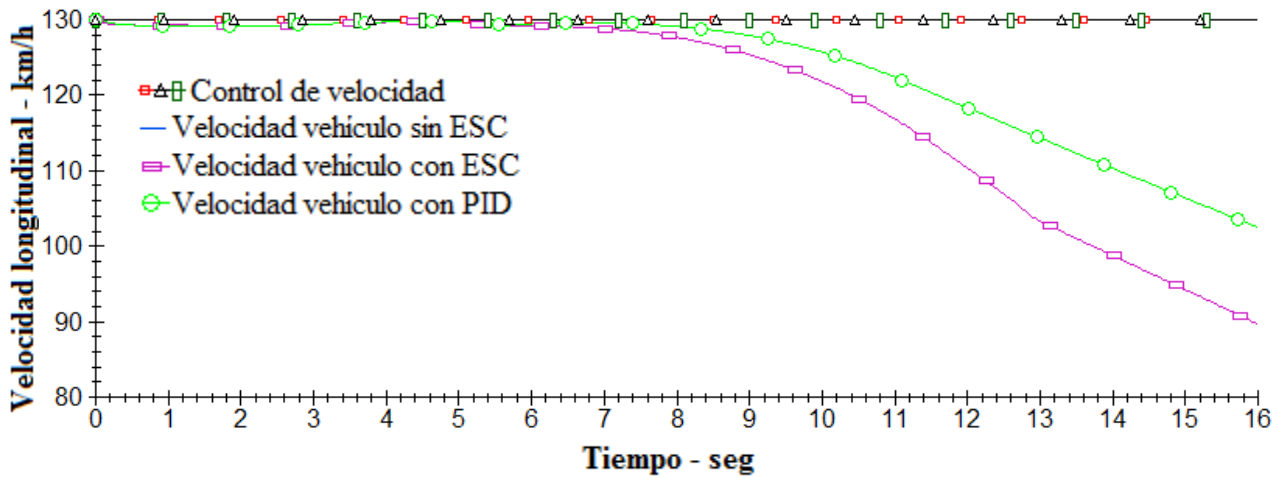


Figura 7.49. Velocidad longitudinal, P700 I500 D0

En este segundo ensayo, el controlador PID empeora su comportamiento en cuanto al deslizamiento lateral respecto al controlador ESC en los últimos metros del ensayo comportándose de la misma manera que el vehículo que no incorpora ningún tipo de controlador. Además aparecen, de forma puntual, leves oscilaciones en el ángulo de guiñada y deslizamiento y aceleración lateral.

Por otro lado, la velocidad longitudinal se mantiene más próxima al valor fijado en el vehículo con PID respecto al vehículo con ESC, el cual, disminuye hasta 50 km/h su velocidad.

#### 7.2.2.3. Curva a 90° de 200 metros de radio a 110 km/h

El siguiente ensayo cambia de maniobra. Se realiza un giro a izquierdas en una curva a 90° de 200 metros de radio. La velocidad seleccionada es de 110 km/h y el coeficiente de rozamiento es 0,85.

Los valores óptimos encontrados para esta maniobra son: P 500, I 0 y D 0. No se encuentran valores integrales y derivativos que mejoren el comportamiento del vehículo.

En la figura 7.50 se observa el desplazamiento lateral:

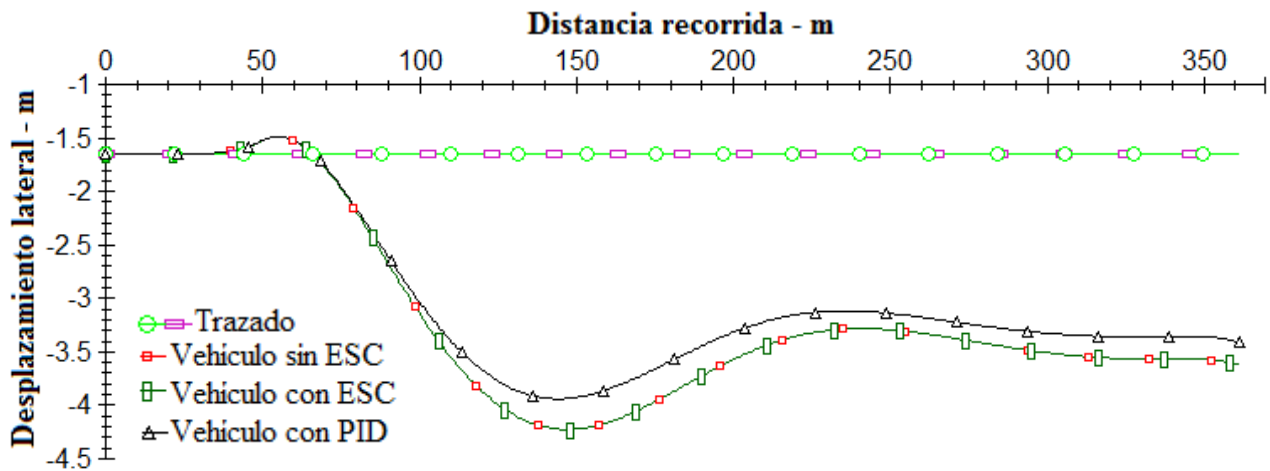


Figura 7.50. Desplazamiento lateral, P500 I0 D0

En la figura 7.51 se observa el ángulo de guiñada:

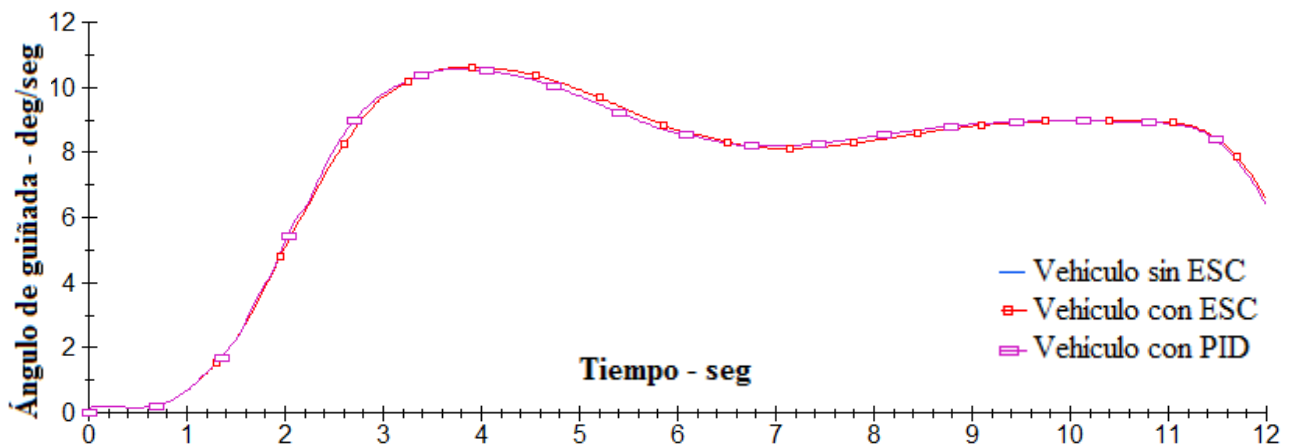


Figura 7.51. Ángulo de guiñada, P500 I0 D0

En la figura 7.52 se observa el ángulo de deslizamiento:

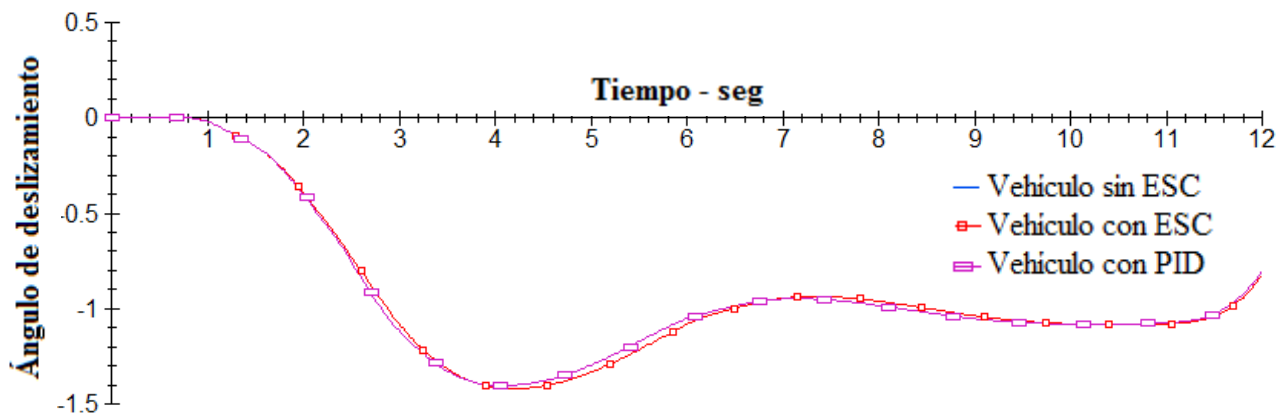


Figura 7.52. Ángulo de deslizamiento, P500 I0 D0



En la figura 7.53 se observa la aceleración lateral:

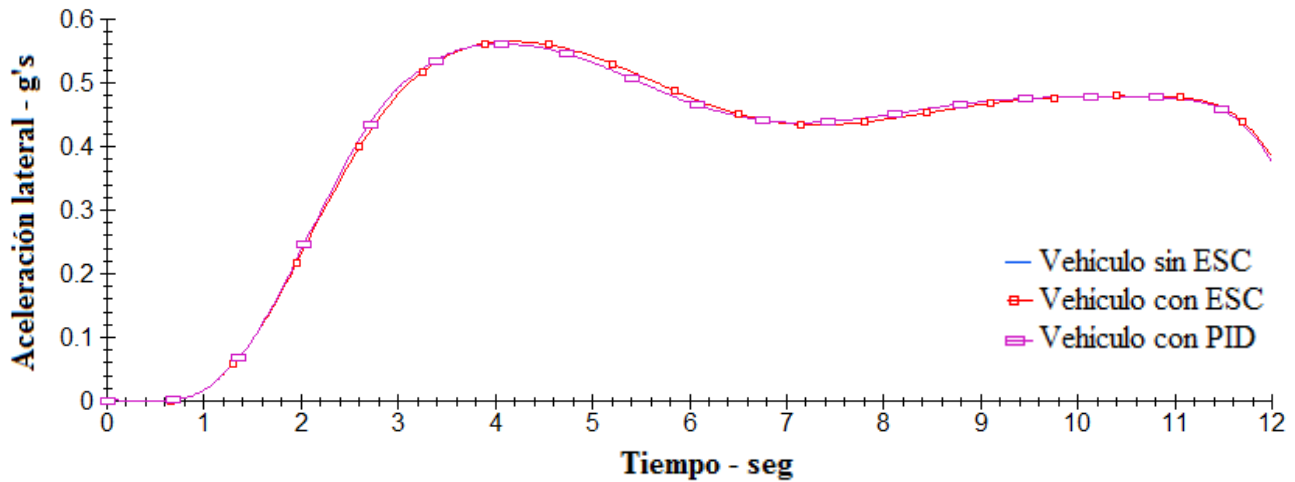


Figura 7.53. Aceleración lateral, P500 I0 D0

En la figura 7.54 se observa la velocidad longitudinal:

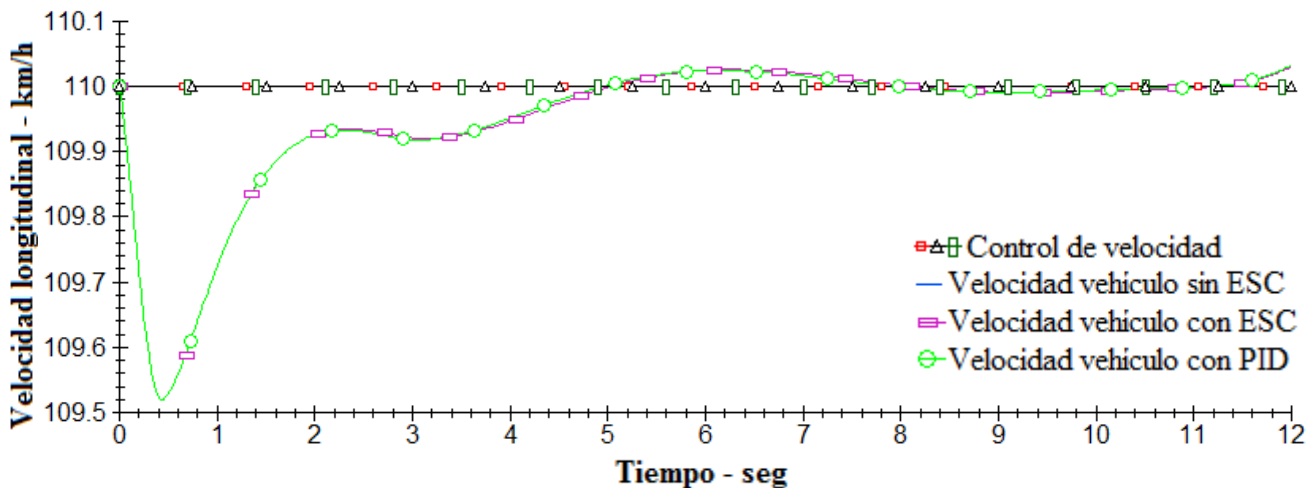


Figura 7.54. Velocidad longitudinal, P500 I0 D0

De nuevo se observa una mejora de medio metro en el desplazamiento lateral del vehículo con PID frente al vehículo con ESC. El resto de valores analizados arrojan pocas diferencias entre los tres vehículos, comportándose de manera similar.

No se aprecian oscilaciones en los valores observados del vehículo con el controlador PID y la velocidad longitudinal se mantiene prácticamente constante, variando en menos de 1km/h.

#### 7.2.2.4. Curva a 90° de 200 metros de radio a 130 km/h

Este ensayo realiza la misma maniobra que el anterior aumentando la velocidad a 130 km/h. El coeficiente de rozamiento se mantiene en 0,85.

Los valores óptimos encontrados para esta maniobra son: P 800, I 0 y D 0. No se encuentran valores integrales y derivativos que mejoren el comportamiento del vehículo.

En la figura 7.55 se observa el desplazamiento lateral:

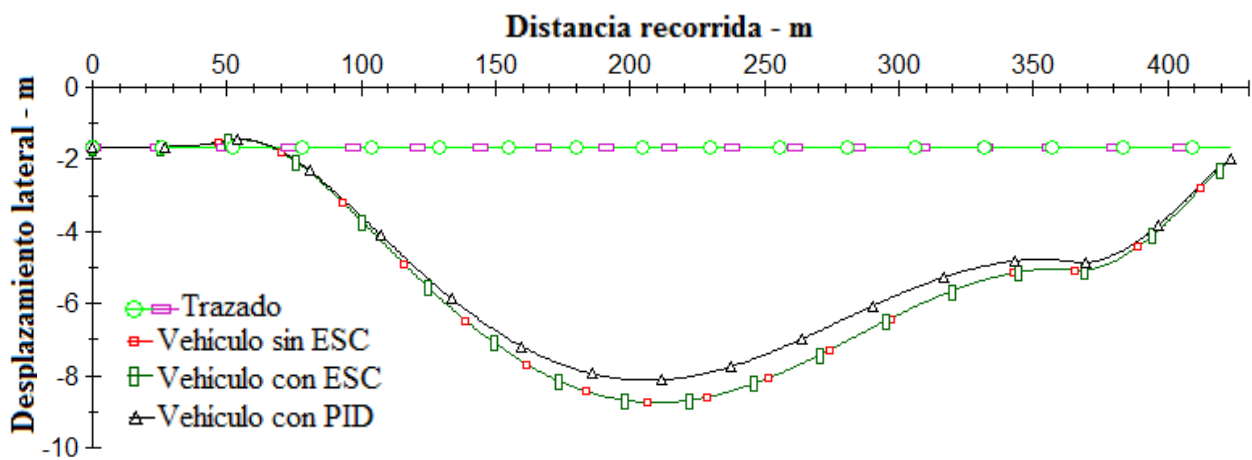


Figura 7.55. Desplazamiento lateral, P800 I0 D0

En la figura 7.56 se observa el ángulo de guiñada:

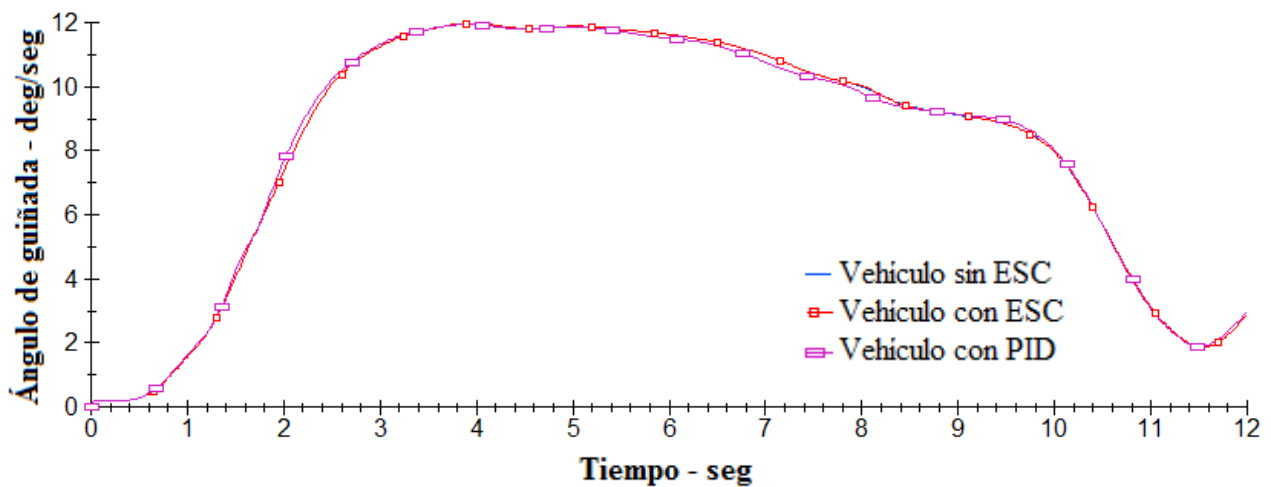


Figura 7.56. Ángulo de guiñada, P800 I0 D0

En la figura 7.57 se observa el ángulo de deslizamiento:

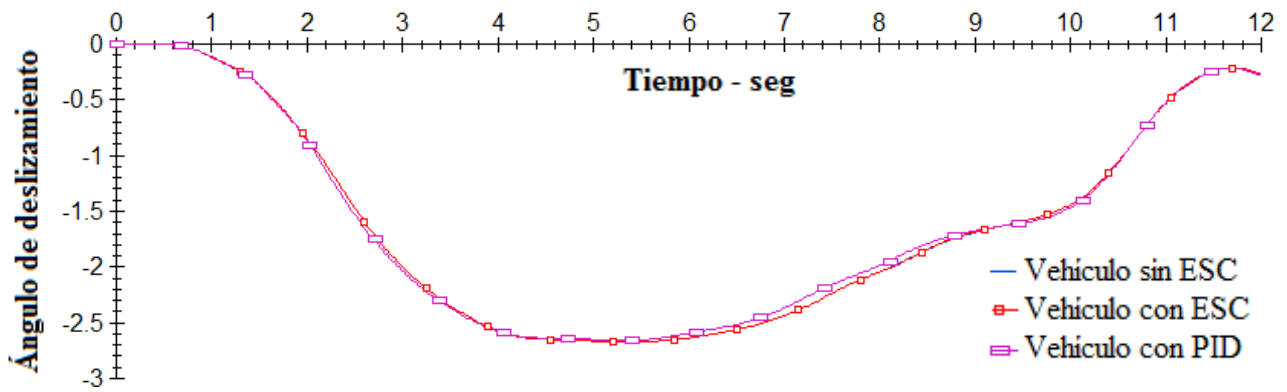


Figura 7.57. Ángulo de deslizamiento, P800 I0 D0

En la figura 7.55 se observa la aceleración lateral:

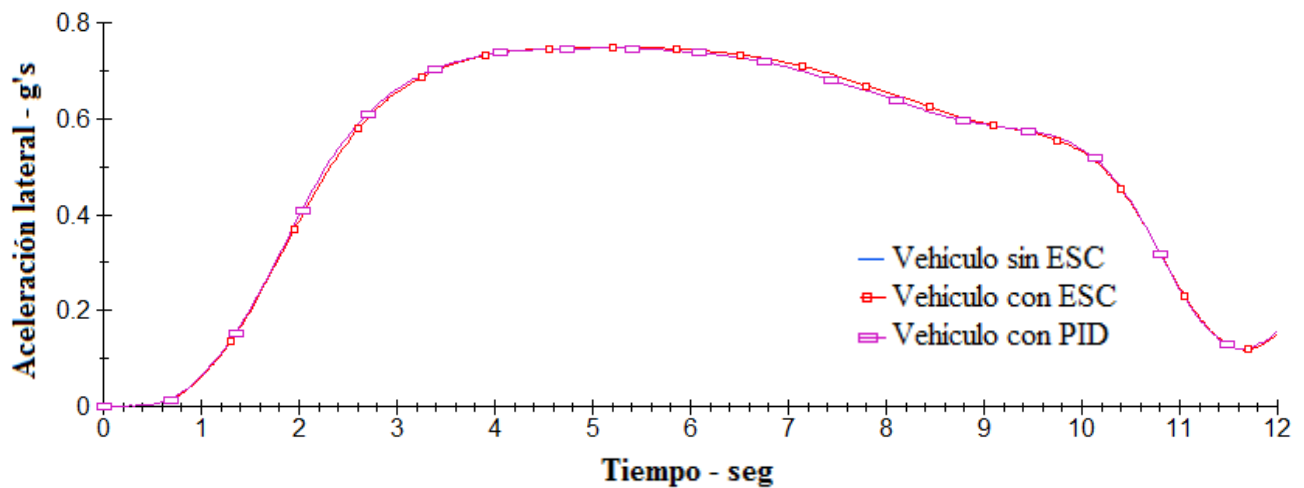


Figura 7.58. Aceleración lateral, P800 I0 D0

En la figura 7.55 se observa la velocidad longitudinal:

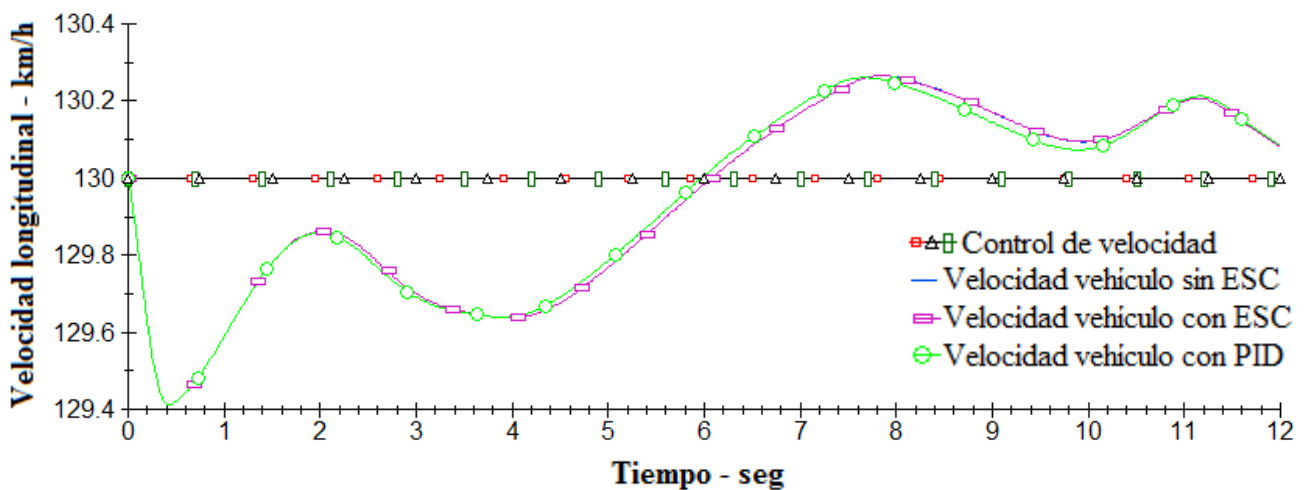


Figura 7.59. Velocidad longitudinal, P800 I0 D0

Al contrario de lo observado en otros circuitos en los que se aumentaba la velocidad, la mejora del desplazamiento lateral del vehículo que incorpora el PID respecto al que incorpora el ESC no ha aumentado, sino todo lo contrario, la mejora ha disminuido y ambos vehículos se comportan de manera similar. En el resto de datos analizados, se aprecian valores muy parejos y la velocidad se mantiene muy próxima a la establecida.

#### 7.2.2.5. Test doble cambio de línea a 50 km/h

Este ensayo es el primero de los dobles cambios de línea. Se produce a 50 km/h con un coeficiente de rozamiento de 0,85.

Los valores óptimos encontrados para esta maniobra son: P 55, I 0 y D 0. No hay valores integrales y derivativos que mejoren el comportamiento del vehículo.

En la figura 7.60 se observa el desplazamiento lateral:

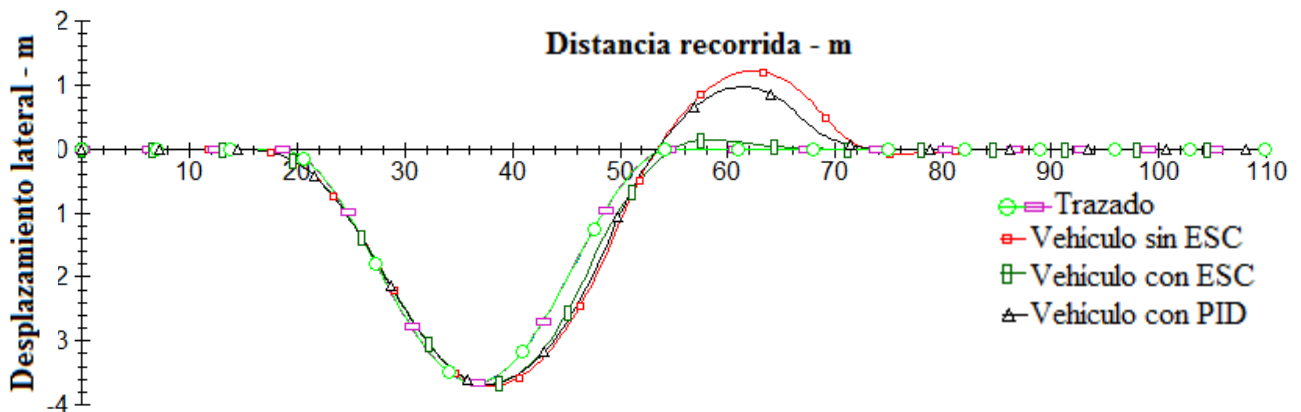


Figura 7.60. Desplazamiento lateral, P55 I0 D0

En la figura 7.61 se observa el ángulo de guiñada:

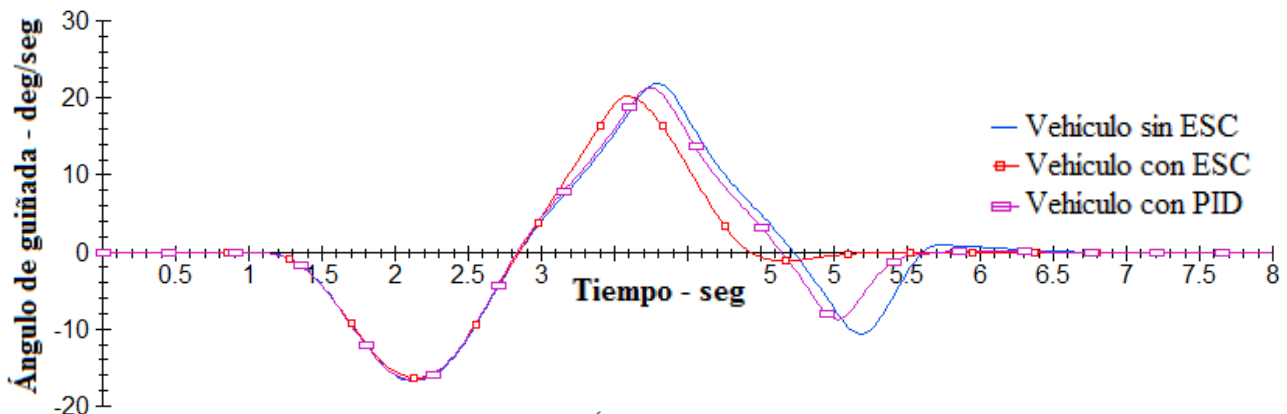


Figura 7.61. Ángulo de guiñada, P55 I0 D0

En la figura 7.62 se observa el ángulo de deslizamiento:

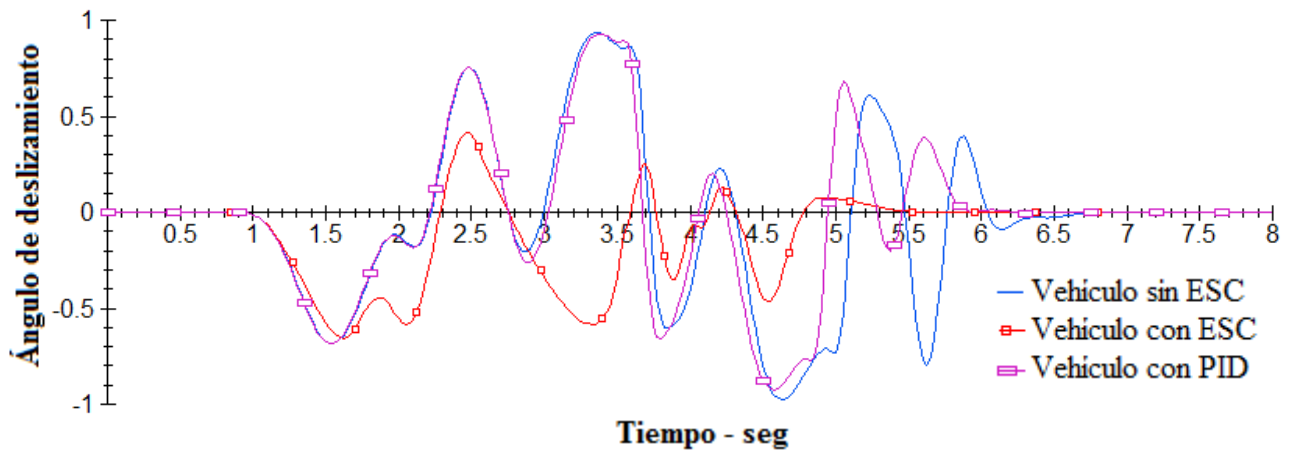


Figura 7.62. Ángulo de deslizamiento, P55 I0 D0

En la figura 7.63 se observa la aceleración lateral:

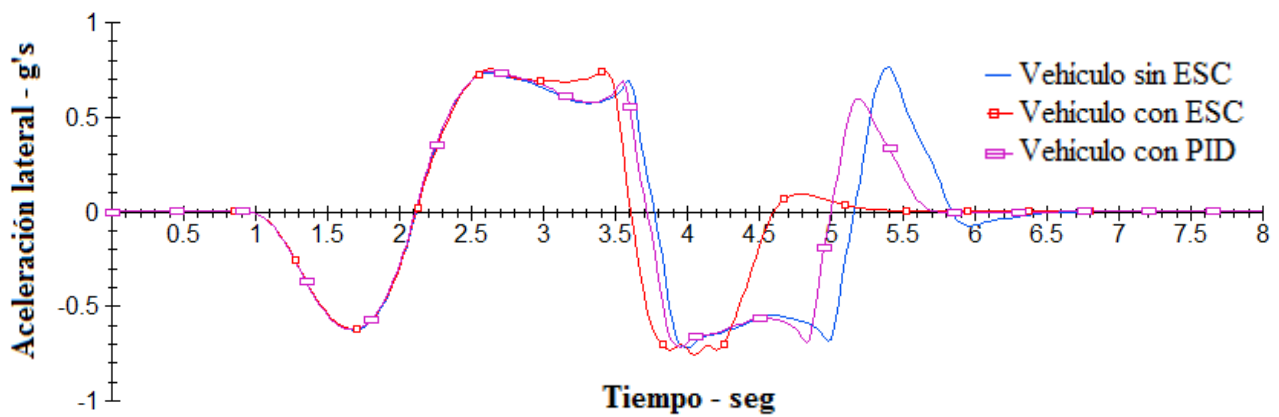


Figura 7.63. Aceleración lateral, P55 I0 D0

En la figura 7.64 se observa la velocidad longitudinal:

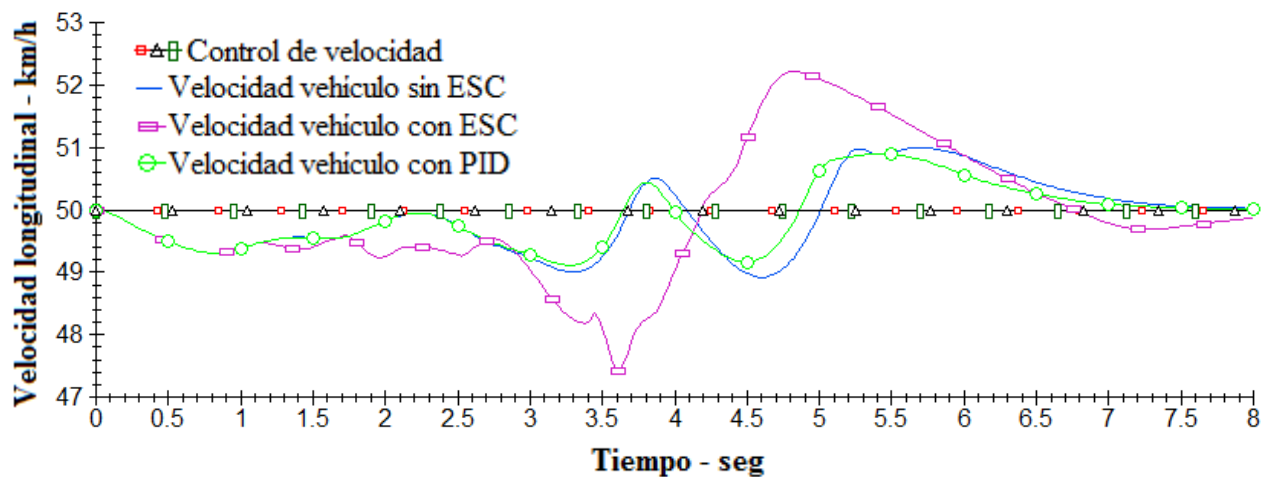


Figura 7.64. Velocidad longitudinal, P55 I0 D0

En este doble cambio de línea, el vehículo con el controlador PID se comporta peor que el vehículo con el controlador ESC. El desplazamiento lateral muestra una diferencia de alrededor de un metro entre ambos controladores al final de la maniobra.

El ángulo de deslizamiento y la aceleración lateral muestra valores mayores en el controlador PID respecto al ESC en varios puntos del trazado, acercándose a los valores del vehículo que no incorpora ningún controlador. La velocidad longitudinal de los tres vehículos se mantiene cercana al valor fijado, apareciendo mayores variaciones en el vehículo con ESC.

#### 7.2.2.6. Test doble cambio de línea a 80 km/h

Se reproduce la maniobra anterior aumentando la velocidad a 80 km/h, el coeficiente de rozamiento es 0,85.

Los valores óptimos encontrados para esta maniobra son: P 20, I 175 y D 0. No hay valores integrales que mejoren el comportamiento del vehículo.

En la figura 7.65 se observa el desplazamiento lateral:

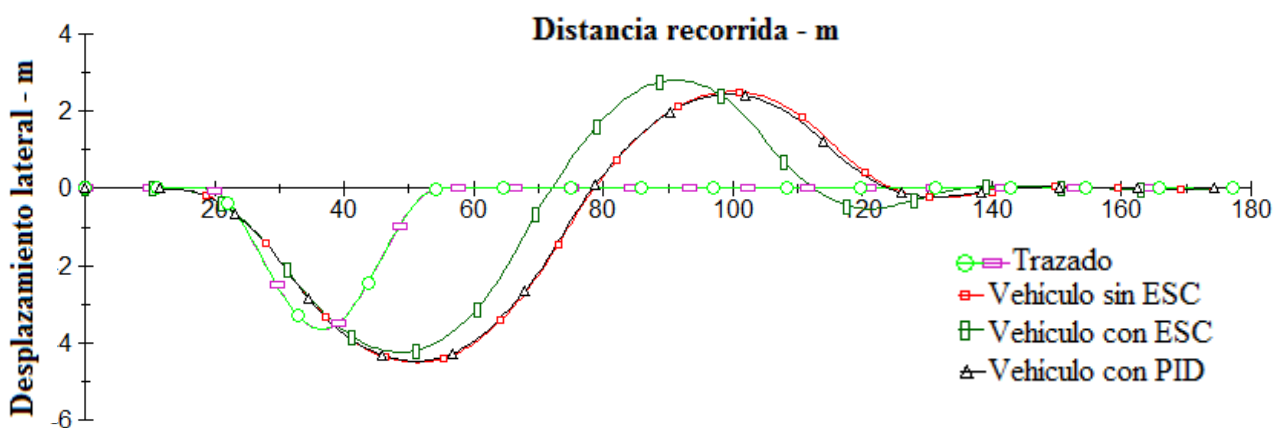


Figura 7.65. Desplazamiento lateral, P20 I175 D0

En la figura 7.66 se observa el ángulo de guiñada:

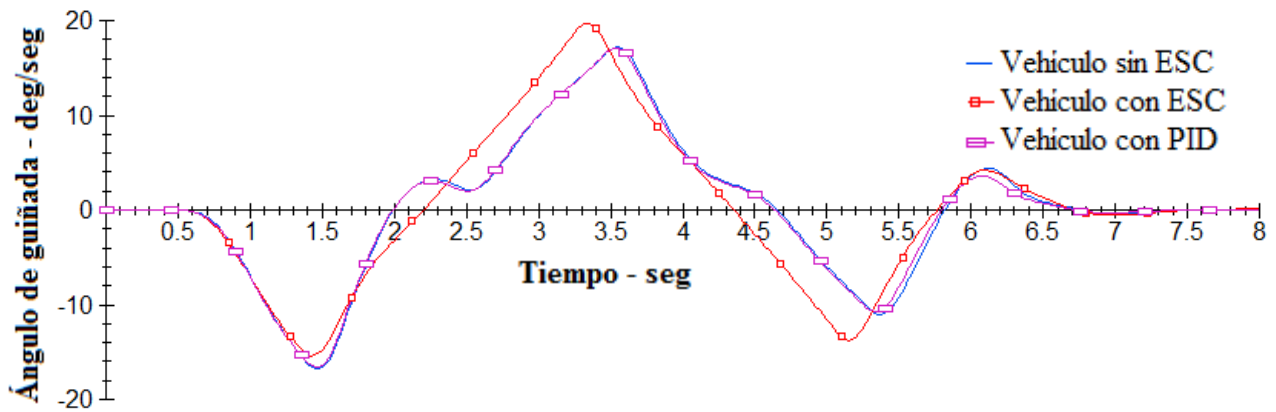


Figura 7.66. Ángulo de guiñada, P20 I175 D0

En la figura 7.67 se observa el ángulo de deslizamiento:

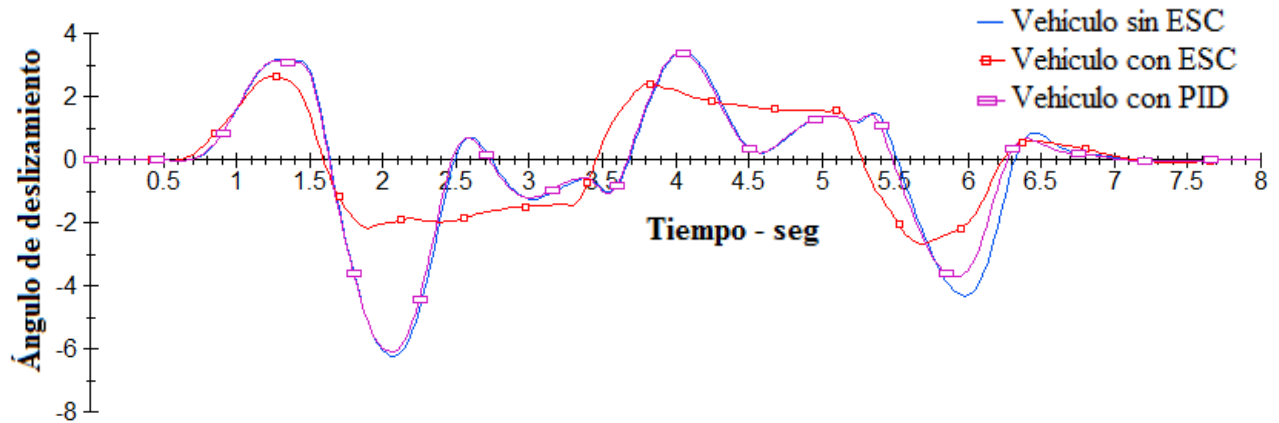


Figura 7.67. Ángulo de deslizamiento, P20 I175 D0

En la figura 7.68 se observar la aceleración lateral:

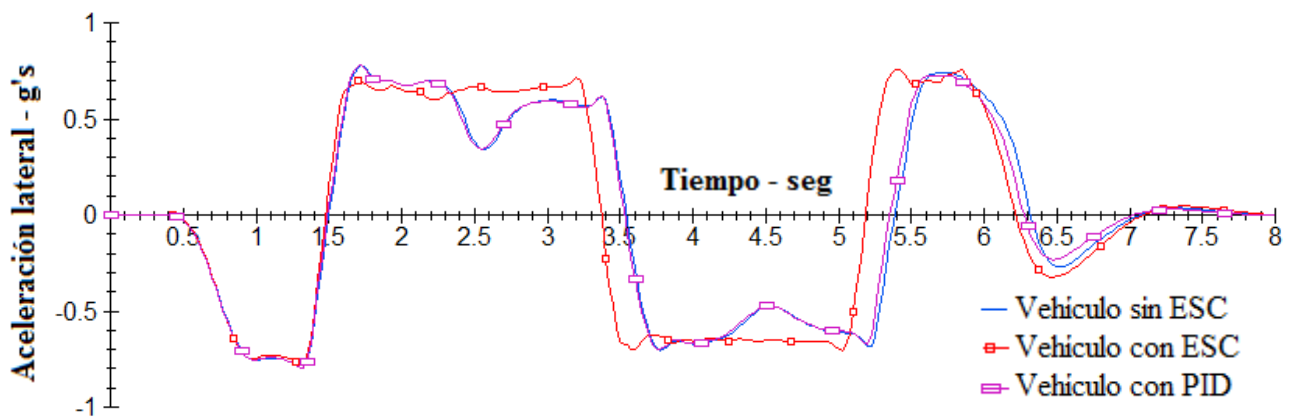


Figura 7.68. Aceleración lateral, P20 I175 D0

En la figura 7.69 se observa la velocidad longitudinal:

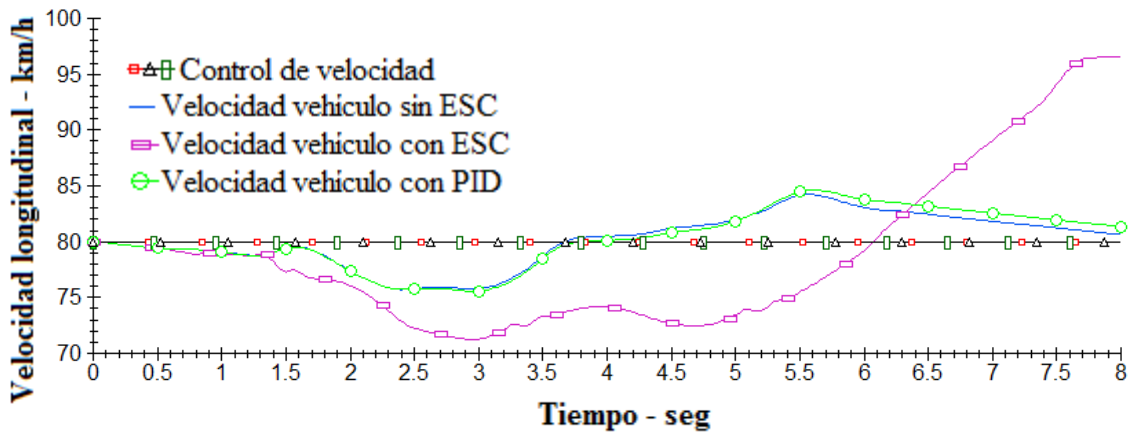


Figura 7.69. Velocidad longitudinal, P20 I175 D0

Aumentando la velocidad a 80 km/h, el vehículo con PID sigue comportándose peor que el vehículo con ESC, como era de esperar. Aparece un desplazamiento lateral mayor en el PID, similar al vehículo sin controlador. El ángulo de deslizamiento del PID también alcanza valores próximos a los del vehículo que no incorpora controlador. La aceleración lateral varía más que el vehículo con ESP y la velocidad longitudinal se mantiene cercana al valor especificado.

#### 7.2.2.7. Test doble cambio de línea a 120 km/h

El último ensayo consiste en el doble cambio de línea a alta velocidad. Se fija la velocidad en 120 km/h y el coeficiente de rozamiento es de 0,85.

Los valores óptimos encontrados para esta maniobra son: P 25, I 100 y D 0. No hay valores integrales que mejoren el comportamiento del vehículo.

En la figura 7.70 se observa el desplazamiento lateral:

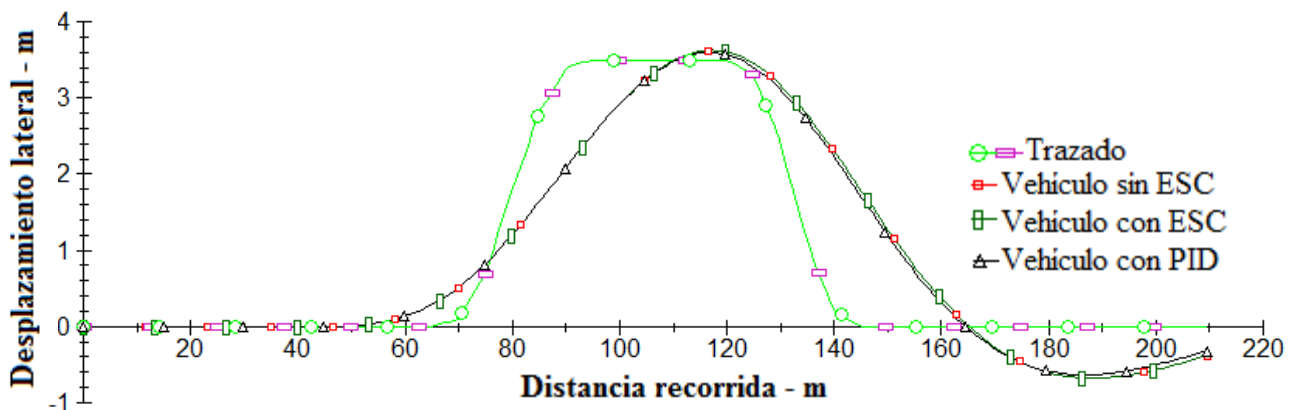


Figura 7.70. Desplazamiento lateral, P25 I100 D0



En la figura 7.71 se observa el ángulo de guiñada:

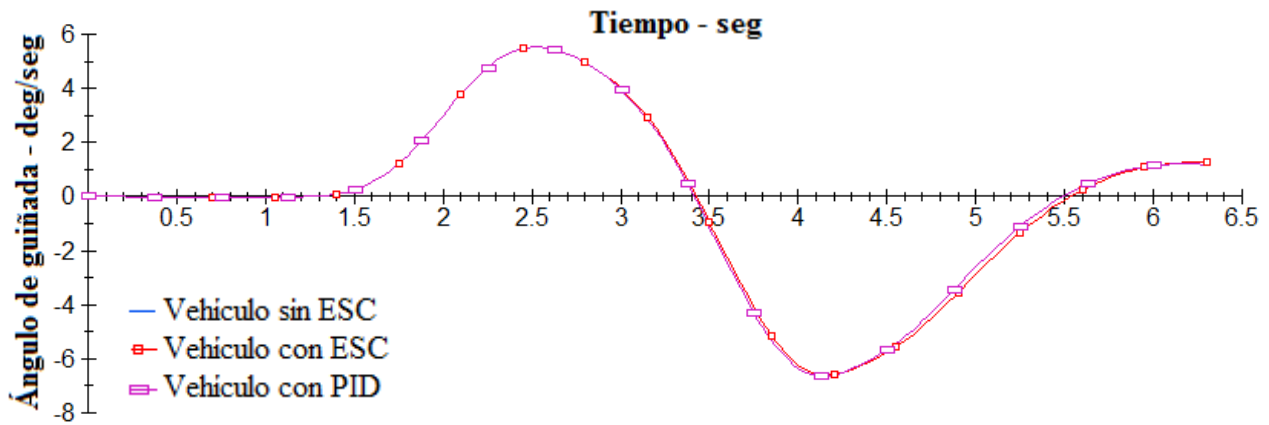


Figura 7.71. Ángulo de guiñada, P25 I100 D0

En la figura 7.72 se observa el ángulo de deslizamiento:

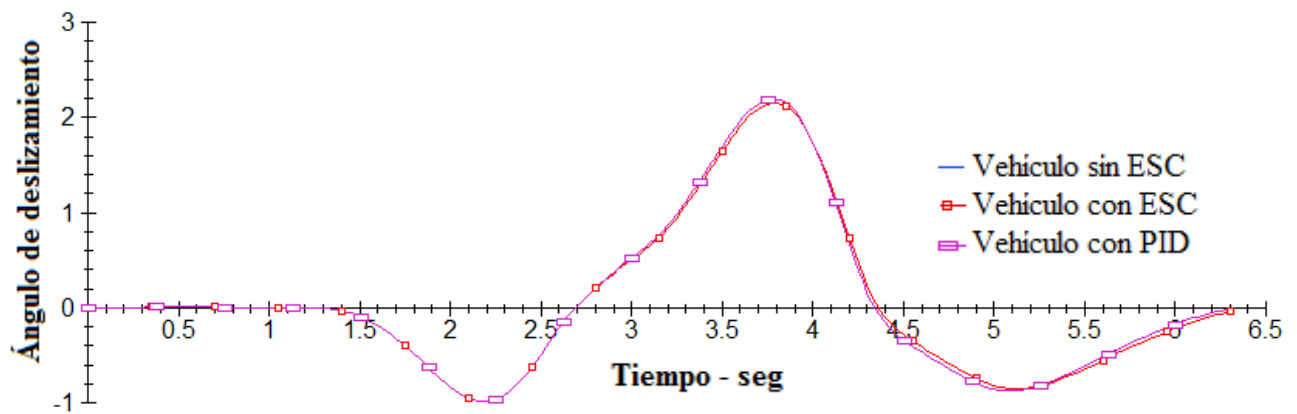


Figura 7.72. Ángulo de deslizamiento, P25 I100 D0

En la figura 7.73 se observa la aceleración lateral:

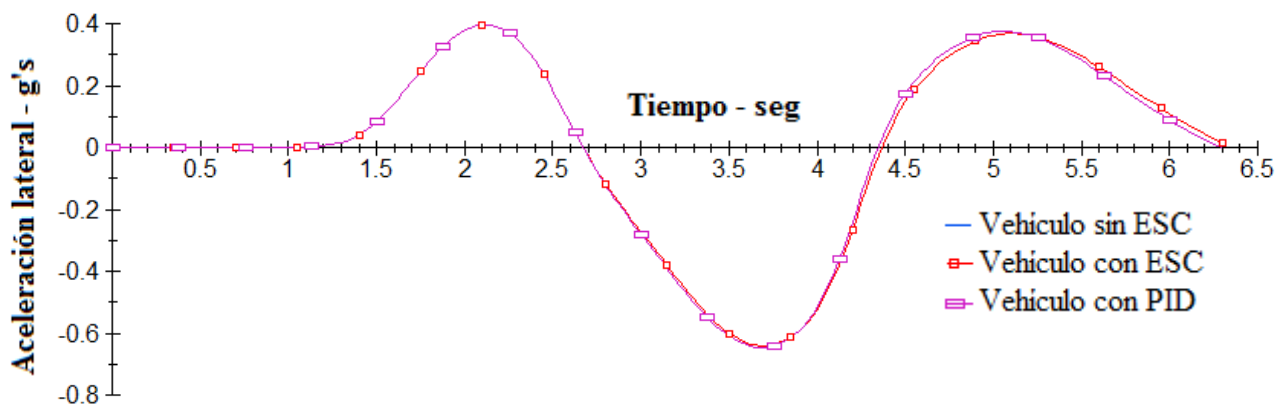


Figura 7.73. Aceleración lateral, P25 I100 D0

En la figura 7.74 se observa la velocidad longitudinal:

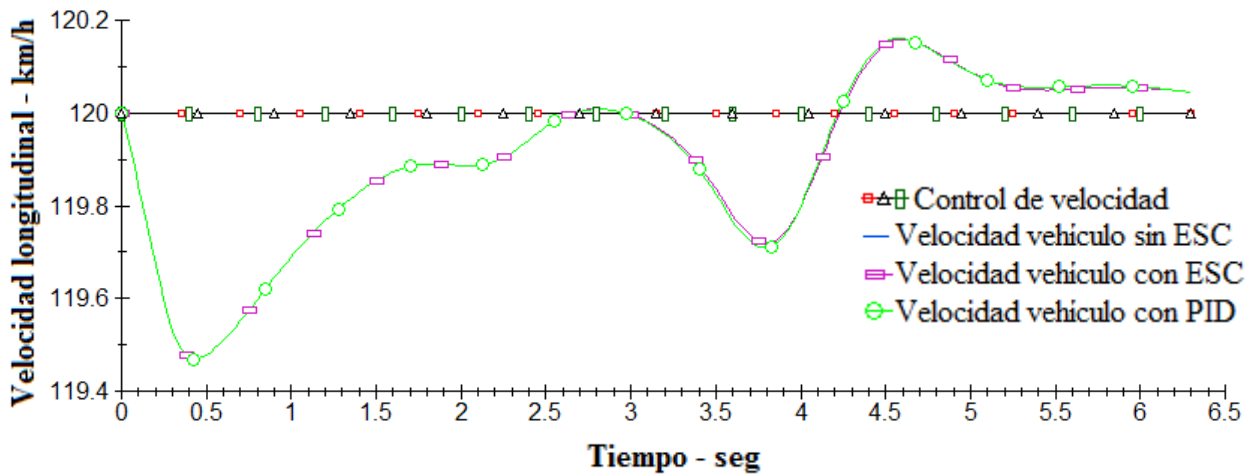


Figura 7.74. Velocidad longitudinal, P25 I100 D0

Este último ensayo arroja unos resultados similares al ensayo realizado en el que el PID actuaba sobre los frenos. Los tres vehículos actúan de manera similar, sin grandes diferencias entre ellos. La baja exigencia de la maniobra no permite obtener valores representativos.

#### 7.2.2.8. Conclusiones del PID actuando sobre la dirección

A diferencia del caso en el que el PID actuaba sobre los frenos, en la realización de las maniobras no se obtienen grandes mejoras en el comportamiento, actuando incluso peor en los dobles cambios de línea bruscos. Además, no suelen encontrarse valores integrales y derivativos que mejoren el comportamiento del vehículo. Ésto es debido a la limitación en la corrección de la maniobra, normalmente se alcanza este límite solo con valores proporcionales. Aumentando la limitación del 5%, el vehículo mejoraría su comportamiento pero perjudicaría la sensación de control del conductor sobre el vehículo.

### 7.3. Análisis del error

El error es la diferencia entre el ángulo de guiñada deseado y el ángulo de guiñada real, éste valor se obtiene de Simulink, en el punto señalado en la figura 7.75, que

corresponde con el valor de entrada al PID, tanto en el caso en el que se controlan los frenos como en el caso en que se controla la dirección. Uniéndolo a este punto un bloque "Scope", se observan los valores (error) que entran en el PID. El objetivo de este análisis es observar si la incorporación del PID en el vehículo es capaz de reducir el error. Este valor del error es de suma importancia, puesto que es la información que llega al controlador, tanto ESC como PID, y en función del valor que reciben, actúa de una forma u otra para mejorar la situación del vehículo.

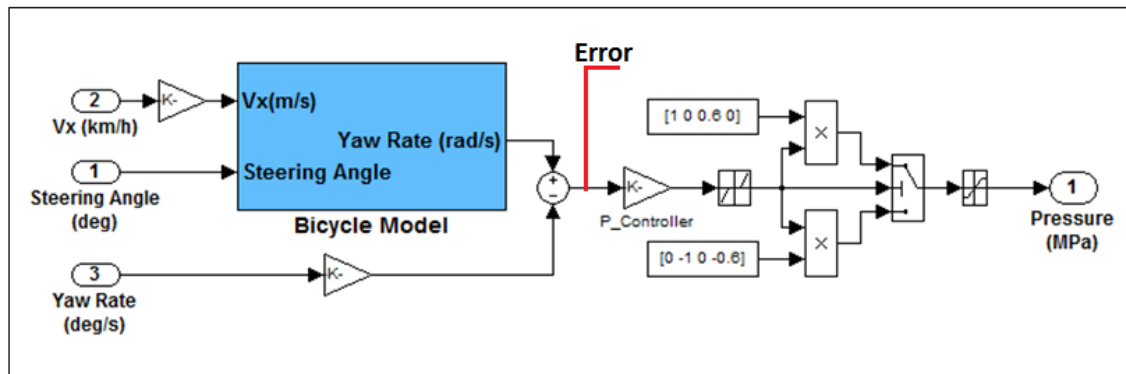


Figura 7.75. Error en Simulink

Los resultados del análisis del error para cada maniobra se muestran a continuación:

- Circunferencia de radio 152 m a 110 km/h, controlando los frenos (figura 7.76):

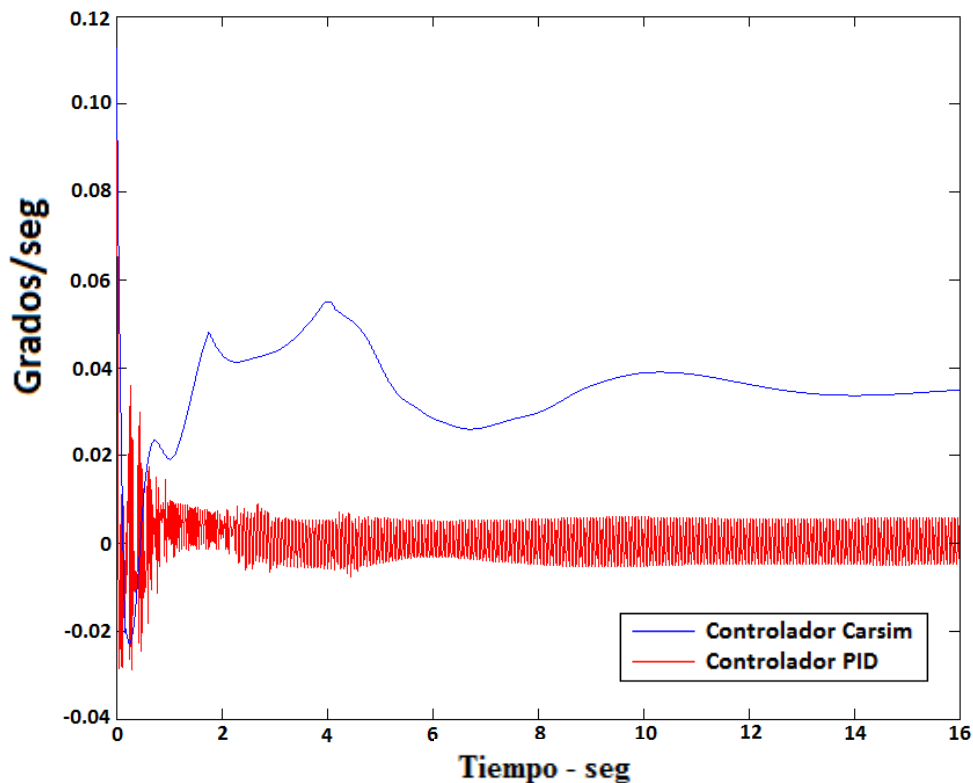


Figura 7.76. Comparación de error en circunferencia a 110km/h (frenos)

- Circunferencia de radio 152 m a 130 km/h, controlando los frenos (figura 7.77):

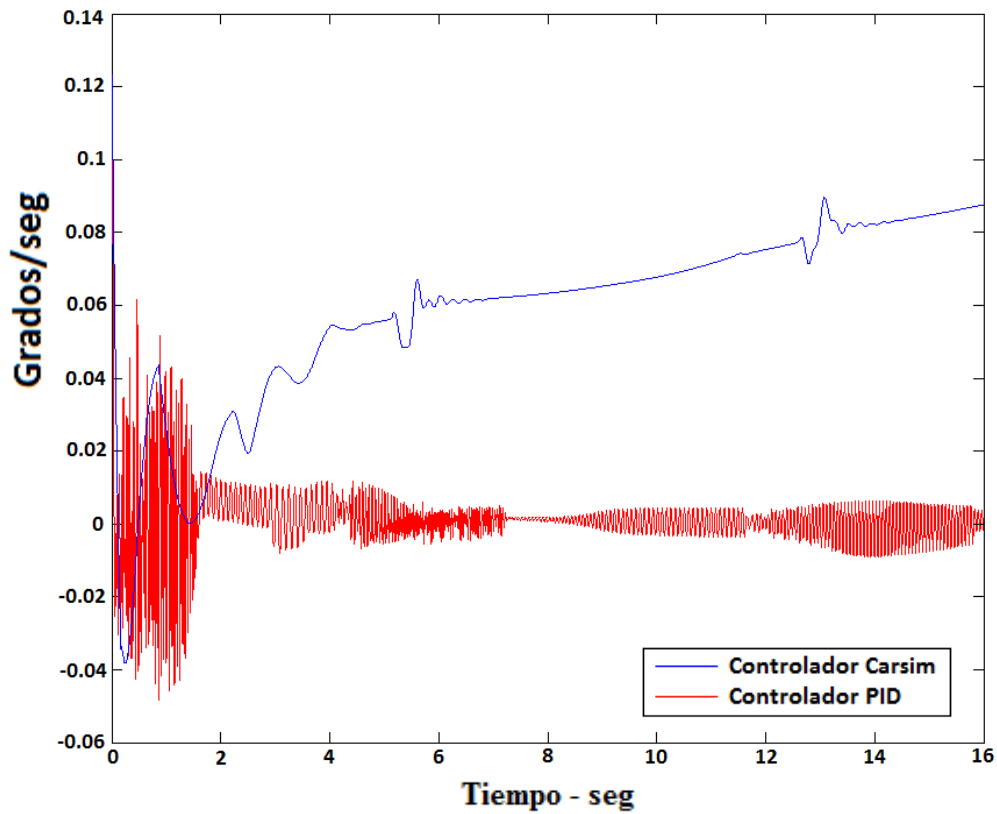


Figura 7.77. Comparación de error en circunferencia a 130 km/h (frenos)

- Curva a 90° de 200 m de radio a 110 km/h, controlando los frenos (figura 7.78):

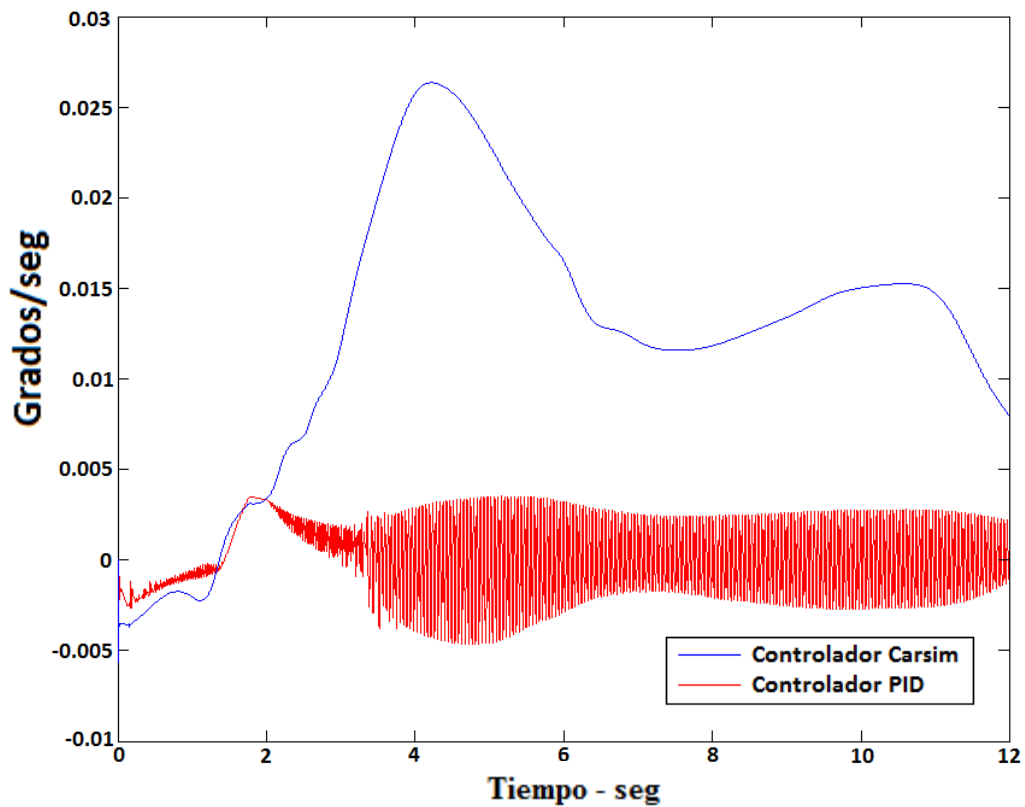


Figura 7.78. Comparación de error en curva a 90° a 110 km/h (frenos)

- Curva a 90° de 200 m de radio a 130 km/h, controlando los frenos (figura 7.79):

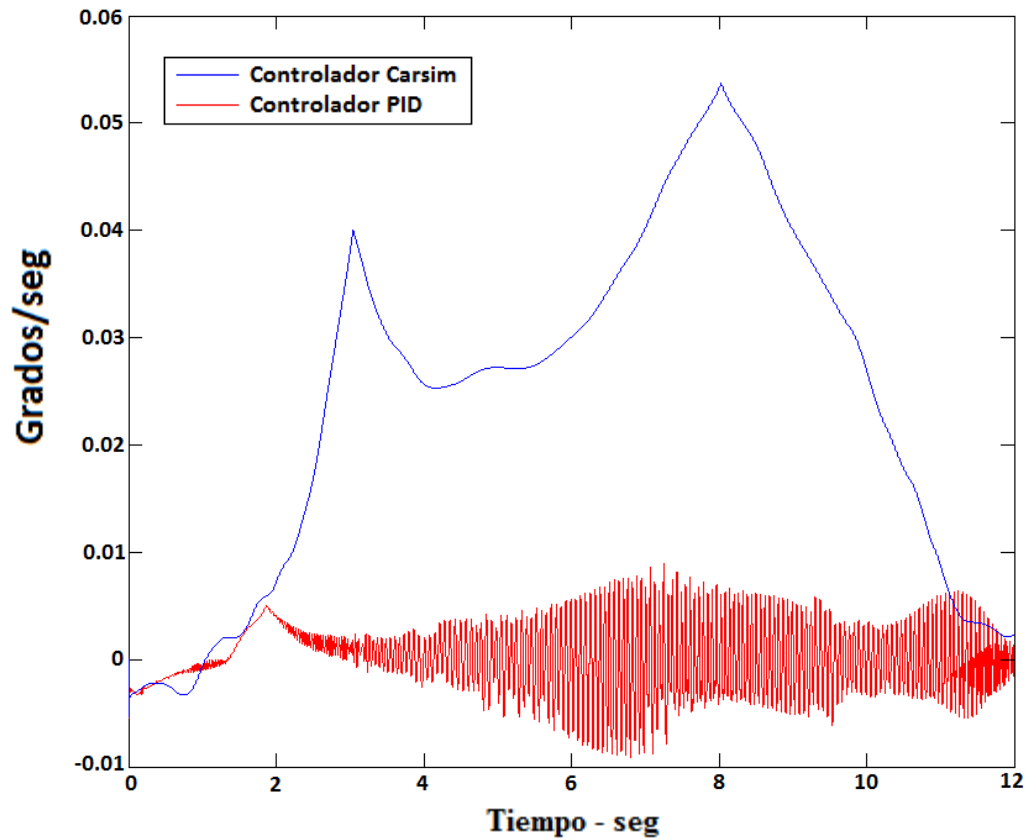


Figura 7.79. Comparación de error en curva a 90° a 130 km/h (frenos)

- Test doble cambio de línea a 50 km/h, controlando los frenos (figura 7.80):

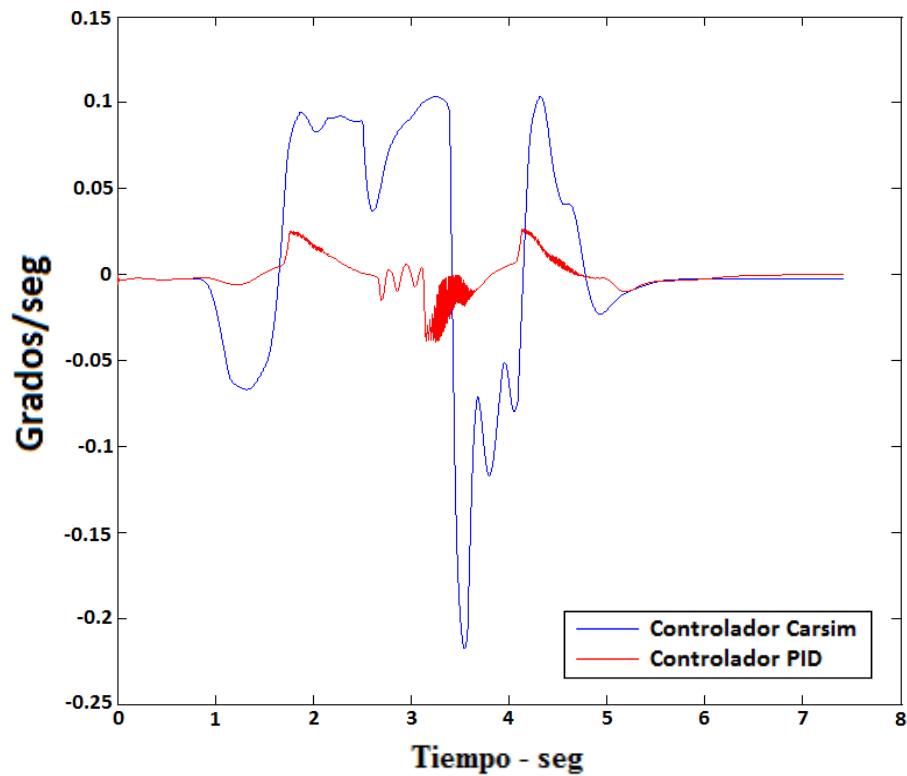


Figura 7.80. Comparación de error en doble cambio de línea a 50 km/h (frenos)

- Test doble cambio de línea a 80 km/h, controlando los frenos (figura 7.81):

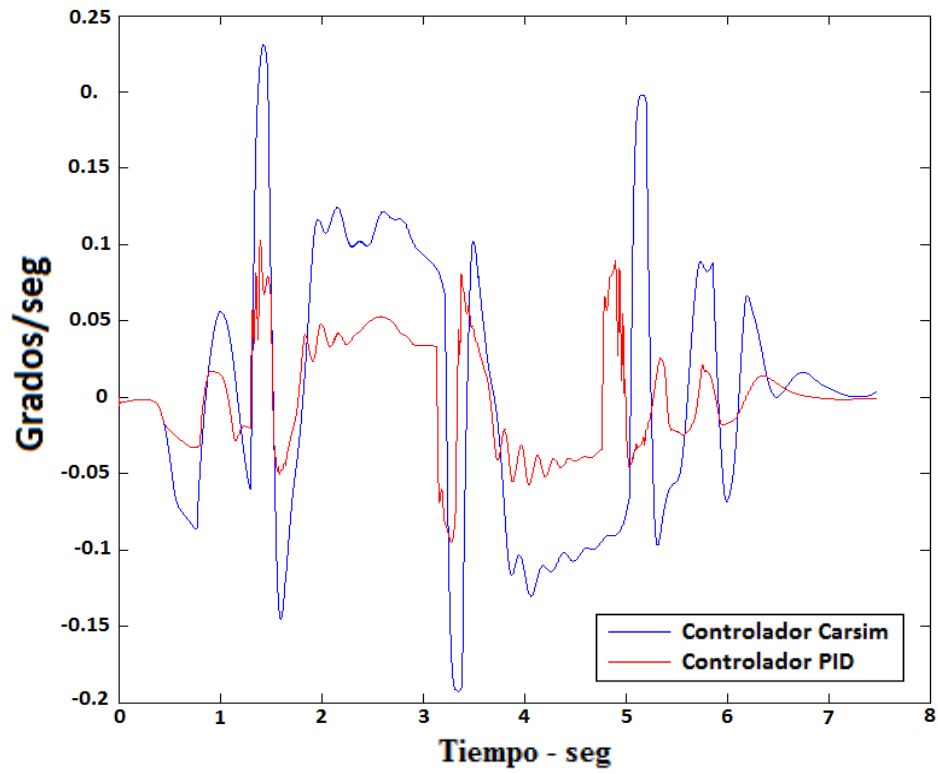


Figura 7.81. Comparación de error en doble cambio de línea a 80 km/h (frenos)

- Test doble cambio de línea a alta velocidad, 120 km/h, controlando los frenos (figura 7.82):

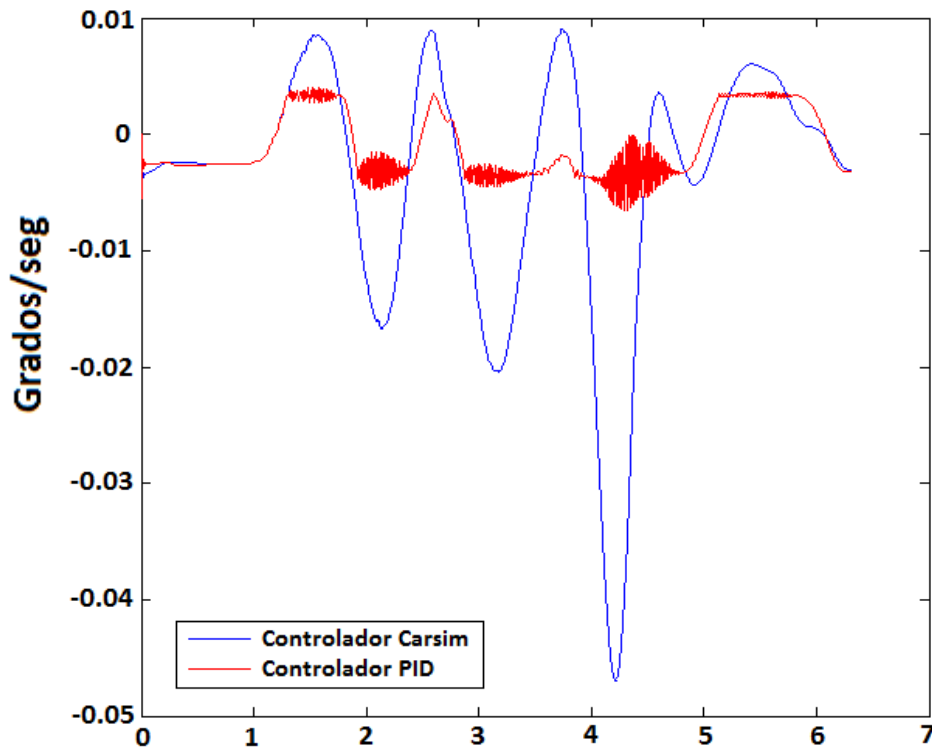


Figura 7.82. Comparación de error en doble cambio de línea a 120 km/h (frenos)

- Circunferencia de radio 152 m a 110 km/h, controlando la dirección (figura 7.83):

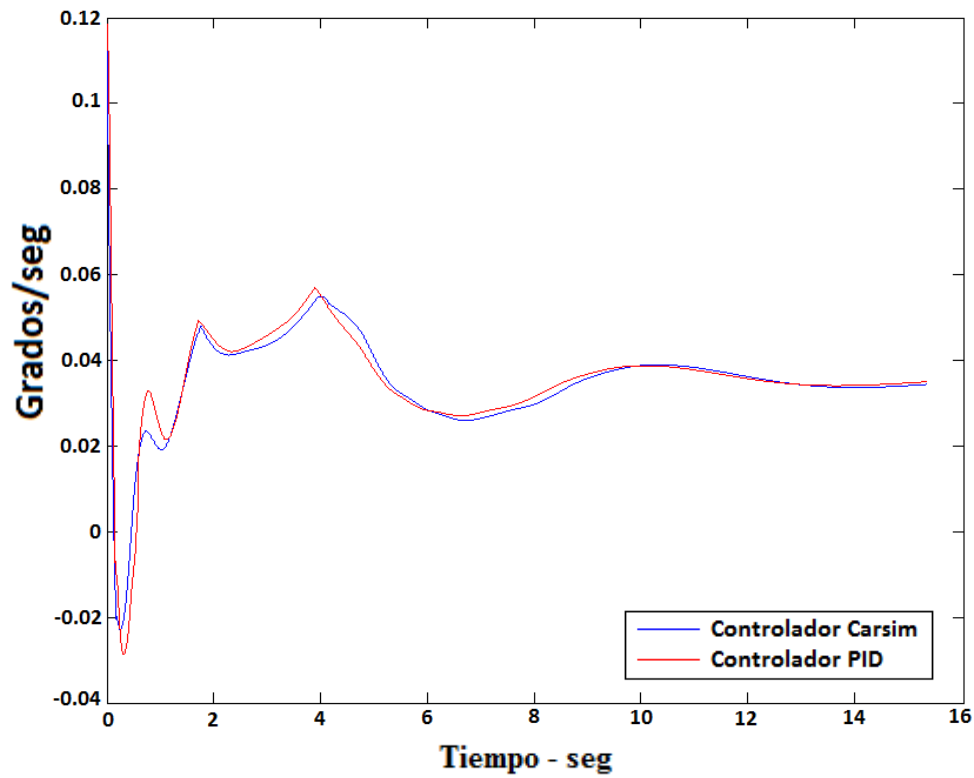


Figura 7.83. Comparación de error en circunferencia a 110 km/h (dirección)

- Circunferencia de radio 152 m a 130 km/h, controlando la dirección (figura 7.84):

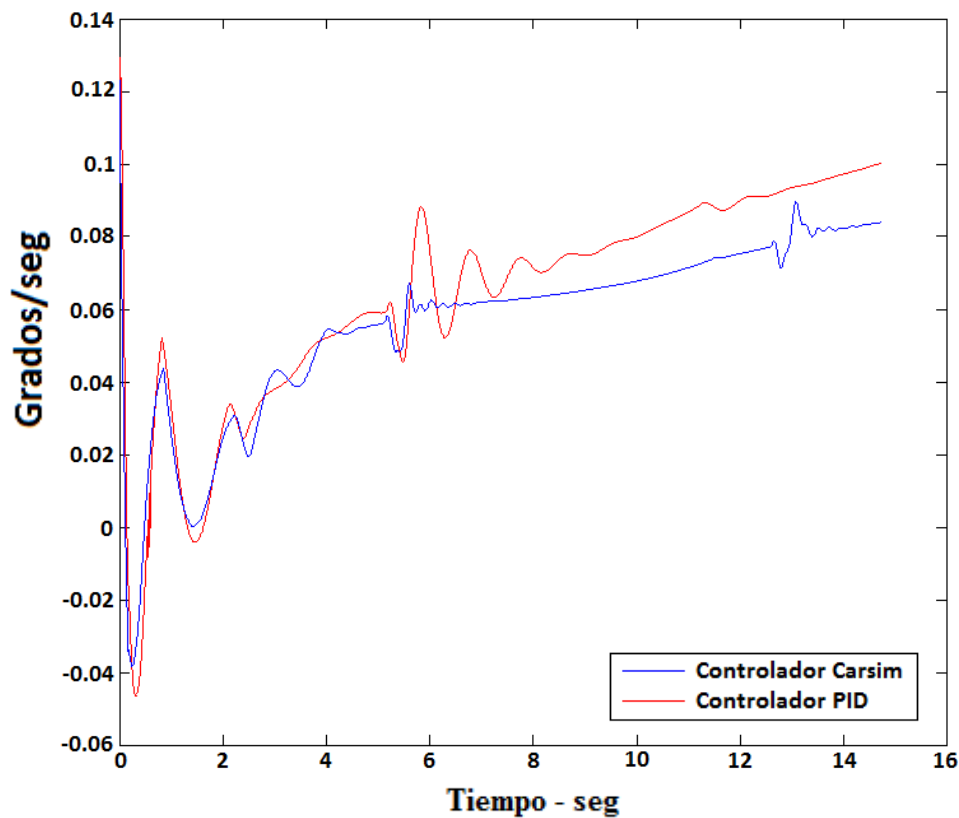


Figura 7.84. Comparación de error en circunferencia a 130 km/h (dirección)

- Curva a  $90^\circ$  de 200 m de radio a 110 km/h, controlando la dirección (figura 7.85):

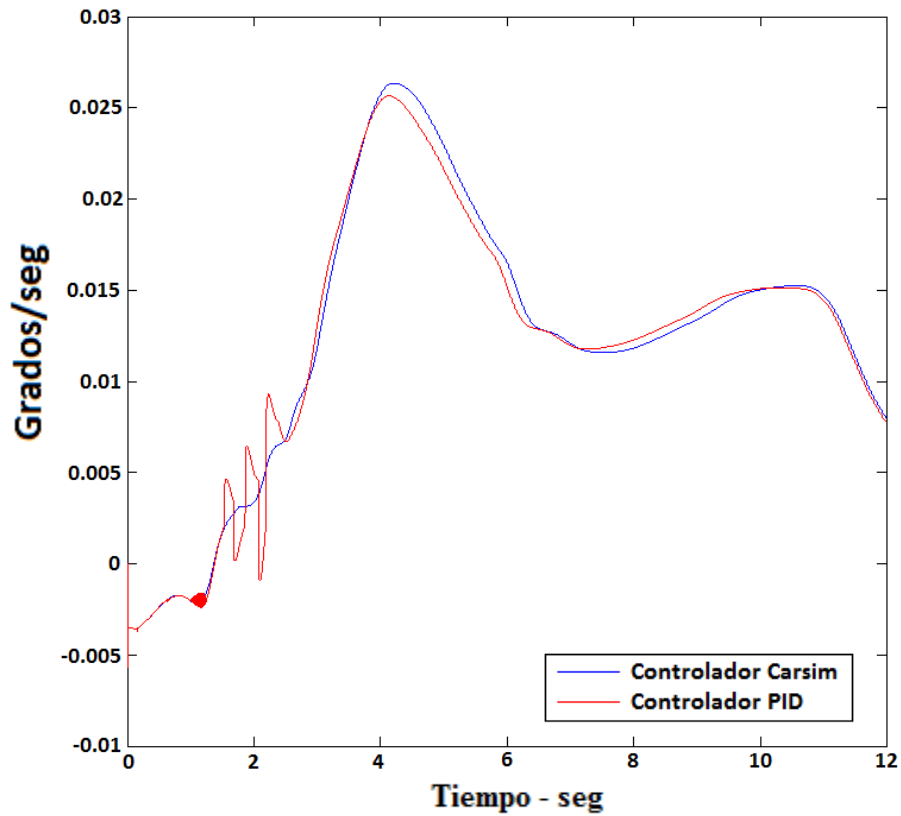


Figura 7.85. Comparación de error en curva a  $90^\circ$  a 110 km/h (dirección)

- Curva a  $90^\circ$  de 200 m de radio a 130 km/h, controlando la dirección (figura 7.86):

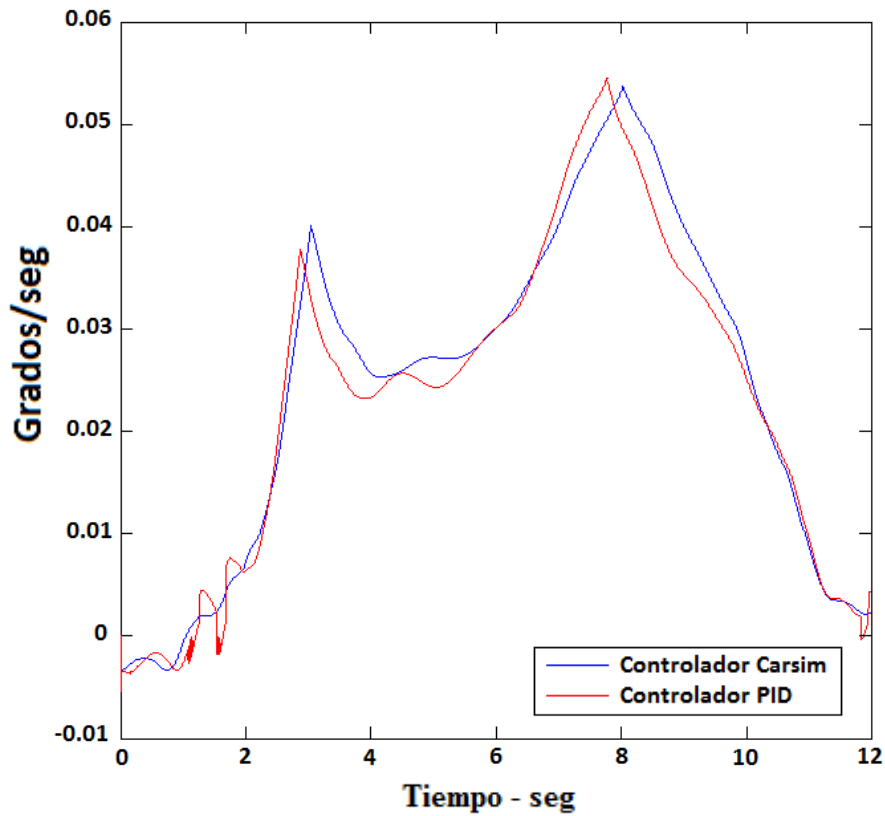


Figura 7.86. Comparación de error en curva a  $90^\circ$  a 130 km/h (dirección)



- Test doble cambio de línea a 50 km/h, controlando la dirección (figura 7.87):

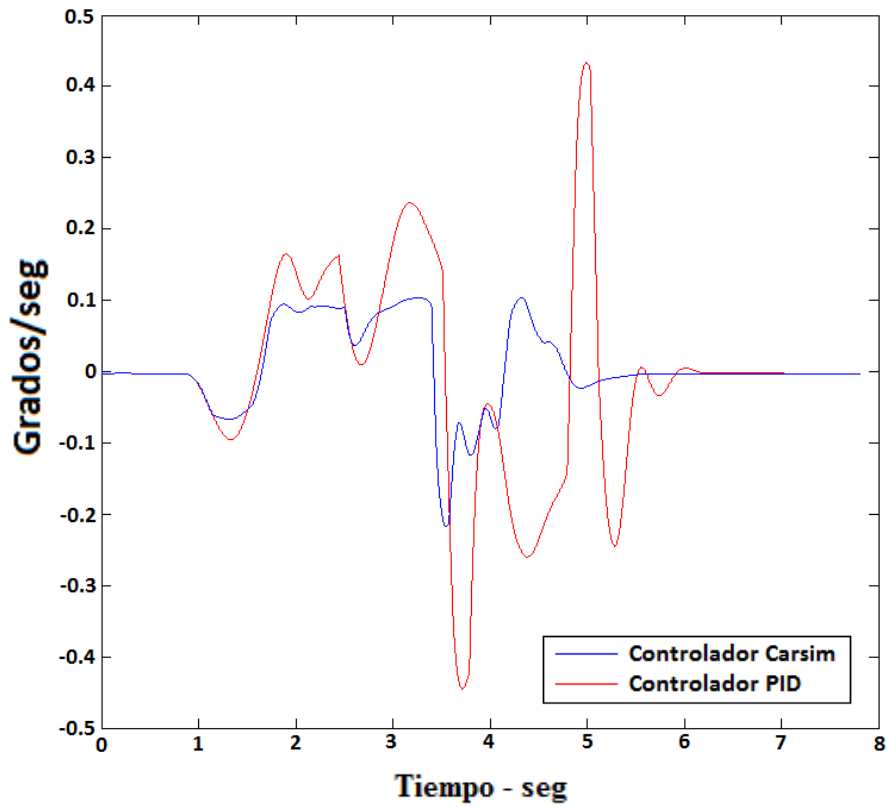


Figura 7.87. Comparación de error en doble cambio de línea a 50 km/h (dirección)

- Test doble cambio de línea a 80 km/h, controlando la dirección (figura 7.88):

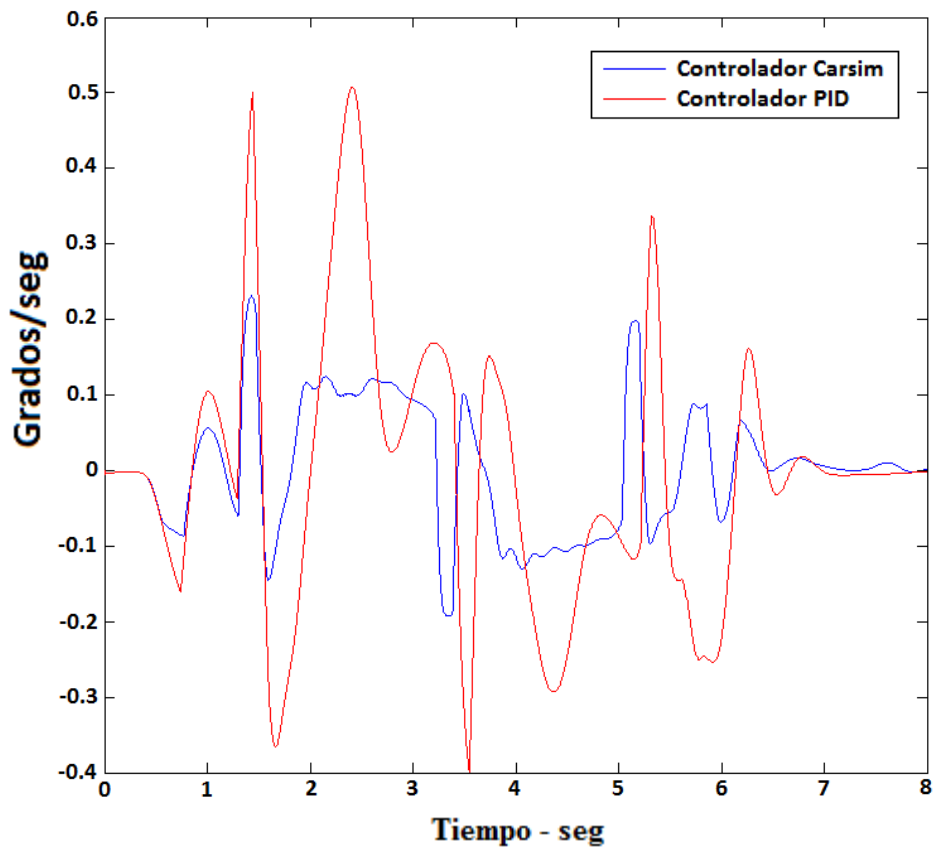


Figura 7.88. Comparación de error en doble cambio de línea a 80 km/h (dirección)

- Test doble cambio de línea a altas velocidades, 120 km/h, controlando la dirección (figura 7.89):

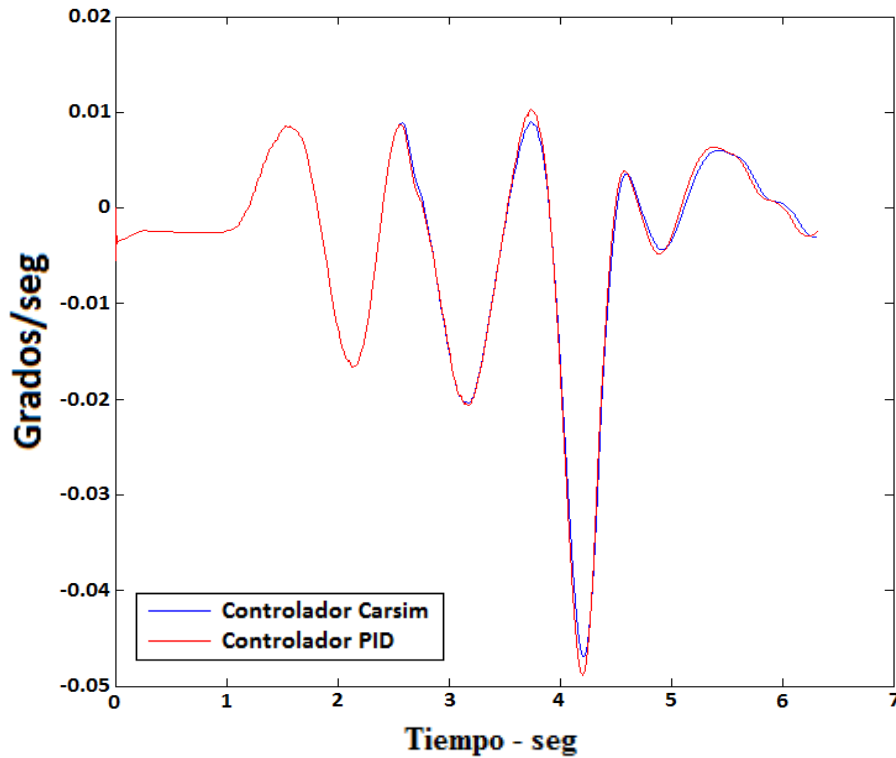


Figura 7.89. Comparación de error en doble cambio de línea a 120 km/h (dirección)

En el caso en el cual el PID actúa sobre los frenos, se puede apreciar una disminución del error respecto al controlador del Carsim, alcanzando en varias de las maniobras hasta un orden de magnitud de diferencia en el error. Por tanto, la mejora en el comportamiento del vehículo observada en las gráficas de datos extraídas en las simulaciones se traduce en una disminución en el error de guiñada. Las tablas 7.1 y 7.2 resumen los datos obtenidos del error.

Tabla 7.1. Errores controlador Carsim

Prueba (control frenos)	Error controlador Carsim		
	Máx.	Mín.	Medio
152 m, 110 km/h	0,1127	-0,0229	0,0349
152 m, 130 km/h	0,1231	-0,0383	0,0583
Curva 90º, 110 km/h	0,0263	-0,0057	0,0124
Curva 90º, 130 km/h	0,0537	-0,0054	0,0239
DLC CU, 50 km/h	0,1037	-0,2175	0,0066
DLC CU, 80 km/h	0,2313	-0,1928	0,0033
DLC CU, 120 km/h	0,009	-0,0469	-0,0038

Tabla 7.2. Errores controlador PID actuando sobre los frenos

Prueba (control frenos)	Valores			Error controlador PID		
	P	I	D	Máx.	Mín.	Medio
152 m, 110 km/h	400	275	0,05	0,1124	-0,0288	5,33E-04
152 m, 130 km/h	425	175	0,75	0,1228	-0,0485	9,95E-04
Curva 90º, 110 km/h	700	900	0,5	0,0035	-0,0057	1,32E-04
Curva 90º, 130 km/h	500	1000	0,5	0,0089	-0,0091	1,37E-04
DLC CU, 50 km/h	200	750	0,1	0,0263	-0,0392	3,44E-04
DLC CU, 80 km/h	125	0	0,5	0,1025	-0,0951	4,88E-04
DLC CU, 120 km/h	600	0	0	0,004	-0,0066	-0,001

Por otro lado, los errores obtenidos de las simulaciones en las que el PID controla la dirección no mejoran el error del controlador del Carsim. Esto que ocurre es lógico puesto que el comportamiento del vehículo con el controlador PID no es mejor que el del controlador del Carsim en varias de las maniobras debido a las limitaciones impuestas al controlador PID. La tabla 7.3 resume los datos obtenidos del error.

Tabla 7.3. Errores controlador PID actuando sobre la dirección

Prueba (control dirección)	Valores			Error controlador PID		
	P	I	D	Máx.	Mín.	Medio
152 m, 110 km/h	200	0	0	0,1184	-0,0287	0,0354
152 m, 130 km/h	700	500	0	0,1296	-0,0464	0,0667
Curva 90º, 110 km/h	500	0	0	0,0256	-0,0057	0,0123
Curva 90º, 130 km/h	800	0	0	0,0545	-0,0054	0,0232
DLC CU, 50 km/h	55	0	0	0,4336	-0,4453	-0,005
DLC CU, 80 km/h	20	175	0	0,5073	-0,3986	-0,0034
DLC CU, 120 km/h	25	100	0	0,0103	-0,0488	-0,0038



## Capítulo 8. Conclusiones y trabajos futuros

Este penúltimo capítulo analiza la información expuesta en el presente proyecto con el fin de obtener conclusiones acerca del controlador PID. Además, se indican posibles trabajos futuros que pueden desarrollarse para continuar y mejorar el comportamiento de los vehículos al incorporar un controlador PID.

### 8.1. Conclusiones

La finalidad del presente Proyecto es poner a prueba el controlador PID incorporado en un vehículo, analizar su comportamiento y comprobar que puede competir en cuanto a la mejora de la estabilidad con el controlador ESC.

Si se tienen en cuenta estos objetivos, el capítulo 7 refleja claramente que el controlador PID puede incluso mejorar el trazado del vehículo respecto al turismo que incorpora el ESC, especialmente en el caso en el que el PID controla los frenos, pudiendo evitar colisiones y salidas de pista del vehículo.

Por otro lado, no todos los resultados obtenidos de las simulaciones del PID son favorables. Si bien es cierto que se mejora la trayectoria del vehículo con el PID, también aparecen oscilaciones en valores como la aceleración lateral, ángulo de guiñada y ángulo de deslizamiento que deben ser tenidas en cuenta, puesto que muy probablemente provocarán situaciones de conducción incómodas. Además, los resultados obtenidos del PID controlando la dirección no mejoran el comportamiento del vehículo ni disminuyen el error del ángulo de guiñada y su trayectoria se acerca más a la del vehículo sin controlador que a la del vehículo con ESC.

Valorando los resultados obtenidos, se puede ser optimista respecto al PID y su uso en vehículos siempre y cuando se solventen los problemas expuestos anteriormente y los valores del PID se adapten al tipo de carretera y velocidad de conducción.

### 8.2. Trabajos futuros

Tomando como punto de partida el presente trabajo, se puede mejorar el control de estabilidad del vehículo que incorpora el PID realizando nuevos estudios del

controlador. Las recomendaciones del autor para continuar con el desarrollo del PID son las siguientes:

- Obtener un patrón en los valores Proporcional, Integral y Derivativo en función de la maniobra que realiza el vehículo y la velocidad de la misma.
- Mejora de los valores de la aceleración lateral. Una posible causa de estas bruscas oscilaciones puede ser la oscilación en el valor del error del ángulo de guiñada, que pasa de valores positivos a negativos rápidamente. Como solución podrían suavizarse las oscilaciones de la entrada del error al PID mediante el uso de lógica difusa.
- Combinar simultáneamente en el mismo ensayo el control de los frenos y de la dirección por parte del PID. Se mejorarían los resultados en los que solo se permitía controlar la dirección y podrían disminuir las oscilaciones producidas en la aceleración lateral y ángulo de guiñada y deslizamiento, como ocurrían cuando solo se controlaban los frenos.





## Capítulo 9. Bibliografía

9.1. Referencia de texto

1. Notas de prensa Dirección General de Tráfico. Balance de seguridad vial (2013).
2. Mapfre seguridad – Monográfico seguridad vial. La complejidad del factor humano como causa de los accidentes. Luis Montoro González (2004).
3. The UMTRI Research Review. Transportation Research Institute (Abril – junio 2006).
4. Vehicle Dynamics and control. Rajesh Rajamani (2012).
5. Teoría de vehículos. Universidad Carlos III de Madrid.
6. Manual de reconstrucción de accidentes de tráfico. Centro de Experimentación y Seguridad Vial MAPFRE, (2006).
7. OptimumG. Tire Comparison. <http://www.optimumg.com/docs/TireComparison.pdf> (Octubre 2009).
8. Web Dirección General de Tráfico, revista número 176. Néstor Norma (Enero - febrero 2006).
9. Modelado y control de sistemas dinámicos. Luis Moreno, Santiago Garrido, Carlos Balaguer (Octubre 2003).
10. Teoría de Control de procesos industriales, Universidad Politécnica de Madrid
11. Teoría de Regulación Automática. Universidad de Sevilla.
12. Manual de ayuda de Matlab:
  - Designing a PID Compensator Using the Ziegler-Nichols Tuning Algorithm.

13. Manual de ayuda de Carsim:

- Procedures and events.

14. Manual de ayuda de Carsim:

- Driver controls.

## 9.2. Referencia de figuras

Vehicle Dynamics and control. Rajesh Rajamani (2012). Capítulo 4, longitudinal vehicle dynamics.

Figura 2.1. Dinámica longitudinal de un vehículo

Figura 2.2. Comparación de neumáticos parado y en movimiento

Figura 2.3. Deformación de un neumático

Figura 2.4. Cálculo de fuerzas normales en el vehículo

Figura 2.5. Contacto neumático-calzada

Figura 2.6. Comparación ratio de deslizamiento – esfuerzo en neumáticos

Vehicle Dynamics and control. Rajesh Rajamani (2012). Capítulo 2, lateral vehicle dynamics.

Figura 2.7. Modelo dinámica lateral

Figura 2.8. Comparación ángulo de deslizamiento – fuerza lateral

Figura 2.9. Ángulo de deslizamiento

Teoría de vehículos. Universidad Carlos III de Madrid.

Figura 2.11. Comparación desplazamientos – tiempo en función I